Prof. Dr. S. Orlik
Dr. M. Bender
BU Wuppertal
SS 2019

Abgabe bis 19.06.2019, 11h, in das
Postfach 110, Gebäude D.13

Übungen zur Vorlesung „Elementare Zahlentheorie“
Blatt 9

Sei $\mathbb{H} = (\mathbb{R}^4, +, \cdot)$ der in der Vorlesung definierte Hamiltonsche Schiefkörper.

Aufgabe 1.
Sei

$$\mathcal{H} = \left\{ \begin{pmatrix} w & -z \\ \overline{z} & \overline{w} \end{pmatrix} \mid w, z \in \mathbb{C} \right\},$$

versehen mit der gewöhnlichen Addition und Multiplikation von Matrizen. Zeigen Sie:

(a) $\mathcal{H}$ ist ein Schiefkörper.

(b) Die Abbildung

$$\mathbb{H} \to \mathcal{H}, \quad a + b \cdot i + c \cdot j + d \cdot k \mapsto \begin{pmatrix} a + b \cdot i & -c - d \cdot i \\ c - d \cdot i & a - b \cdot i \end{pmatrix}$$

ist ein Isomorphismus von Schiefkörpern.

Aufgabe 2.
Bestimmen Sie eine Lösung $(x, y, z, u) \in (\mathbb{Z}_{\geq 0})^4$ von

$$n = x^2 + y^2 + z^2 + u^2$$

für

(a) $n = 55$.

(b) $n = 9295$.

Aufgabe 3.
Bestimmen Sie die vierten Näherungsbrüche für

(a) $x = \pi$.

(b) $x = e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$.