

Übungen zur Vorlesung Elementare Zahlentheorie (SS 18)

PD Dr. Jürgen Müller, Dr. Martin Bender

(13.1) Aufgabe: Carmichael-Zahlen.

Es sei $1 \neq n \in \mathbb{N}$ zerlegbar. Man zeige:

- a) Es ist n genau dann eine Carmichael-Zahl, wenn n quadratfrei ist und für jeden Primteiler $p \in \mathcal{P}$ von n gilt $p - 1 \mid n - 1$.
- b) Eine Carmichael-Zahl ist ungerade und hat mindestens drei Primteiler.

(13.2) Aufgabe: Primzahlen mit vorgegebener Restklasse.

Man zeige, daß es jeweils unendlich viele Primzahlen $p \in \mathcal{P}$ gibt mit

- i) $p \equiv 1 \pmod{4}$, ii) $p \equiv 3 \pmod{4}$, iii) $p \equiv \pm 3 \pmod{8}$.

(13.3) Aufgabe: Quadratische Kongruenzen.

Man bestimme jeweils alle Lösungen der folgenden Kongruenzen:

- i) $103X^2 \equiv 53 \pmod{143}$, ii) $103X^2 \equiv 35 \pmod{143}$.

(13.4) Aufgabe: Quadratische Reste.

Welche der folgenden Zahlen sind quadratische Reste modulo 997?

- i) 665, ii) 666, iii) 667.

Abgabe: 19.07.2018 (Donnerstag), bis 10:00 Uhr.