Übungen zur Vorlesung Elementare Zahlentheorie (SS 18)

PD Dr. Jürgen Müller, Dr. Martin Bender

(12.1) Aufgabe: Fermat-Test.
Untersuchen Sie die Zahlen $2047, 8191$ und 32767 auf Zerlegbarkeit.

(12.2) Aufgabe: Ganzzahlige Wurzeln.
a) Es seien $n \geq 2$ und $0 \neq a \in \mathbb{Z}$. Man gebe einen Algorithmus an, der mittels des Hensel-Lemmas entscheidet, ob a die n-te Potenz einer ganzen Zahl ist, und gegebenenfalls eine ganzzahlige n-te Wurzel von a bestimmt.

Wie kann man dieses Problem auch mittels der Newton-Iteration lösen?

b) Man entscheide, welche der Zahlen 1860865 und 1860867 eine dritte Potenz einer ganzen Zahl ist, und bestimme gegebenenfalls die dritte Wurzel.

(12.3) Aufgabe: Zyklische Gruppen.
Es seien G eine zyklische Gruppe der Ordnung $n \geq 3$, und $\{g_1, \ldots, g_{\varphi(n)}\} \subseteq G$ die Menge der Elemente der Ordnung n. Man zeige: Es gilt $\prod_{i=1}^{\varphi(n)} g_i = 1 \in G$.

(12.4) Aufgabe: Fermat-Lügner.
Es seien $p \in \mathcal{P}$, so daß auch $2p - 1 \in \mathcal{P}$ ist, und $n := p(2p - 1) \in \mathbb{N}$. Man zeige: Es gibt genau $\frac{1}{2}\varphi(n)$ Fermat-Lügner für n.

Abgabe: 12.07.2018 (Donnerstag), bis 10:00 Uhr.