Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Jens Hornbostel
Falk Beckert

Sommersemester 2015
18.5.2015

Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 6

Abgabefrist: Montag, den **1.6.2015** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 20
Sei V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum und $f \in \mathrm{End}_K(V)$. Seien v und w beliebige Eigenvektoren von f. Zeigen oder widerlegen Sie:
Dann ist auch $v + w$ immer Eigenvektor von f.

Aufgabe 21
Beweisen Sie Satz 20.6. aus der Vorlesung. Konstruieren Sie dabei $Quot(R)$, indem Sie auf $R \times R \setminus \{0\}$ eine geeignete Äquivalenzrelation definieren, analog zur Definition von $\mathbb{Q}$ als Quotient von $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. Die Abbildung $R \to Quot(R)$ ist dann also durch $r \mapsto \overline{(r, 1)}$ gegeben.
Zusatz (2 Extrapunkte):
Formulieren und beweisen Sie die universelle Eigenschaft des Quotientenkörpers:
Für jeden injektiven Ringhomomorphismus $R \to K$ mit K ein Körper...

Aufgabe 22
Geben Sie ein Beispiel für eine Matrix $A \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(3 \times 3)$, die keine Diagonalmatrix ist und die Eigenwerte $1, 2$ und 3 hat.

Aufgabe 23
Sei K ein Körper und $A \in \mathrm{Mat}_K(n \times n)$. Beweisen Sie, dass $\det(A) \neq 0$ gilt genau dann wenn 0 kein Eigenwert von A ist.