

Übungen zur Linearen Algebra II Blatt 2

Abgabefrist: Montag, den 27.4.2015 bis 10:10 Uhr in die Briefkästen

Aufgabe 5

Sei K ein beliebiger Körper und V ein n -dimensionaler K -Vektorraum. Es sei $\text{Mult}_K^n(V)$ die Menge der n -Multilinearformen aus Definition-Lemma 16.11 und $\text{Alt}_K^n(V)$ die Untermenge der alternierenden Formen. Zeigen Sie, dass $\text{Mult}_K^n(V)$ ein K -Vektorraum ist und bestimmen Sie seine Dimension. Zeigen Sie außerdem, dass $\text{Alt}_K^n(V)$ ein Untervektorraum ist.

Aufgabe 6

Es sei K ein beliebiger Körper der Charakteristik $\neq 2$, also $2 \neq 0$ in K . Zeigen Sie, dass dann jede Multilinearform $f : V^n \rightarrow K$, die Bedingung (i) aus Lemma 16.4 erfüllt, alternierend ist.

Aufgabe 7

Gilt $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$ für beliebige $A, B \in \text{Mat}_K(n \times n)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 8

Sei K ein beliebiger Körper und $A, B \in \text{Mat}_K(n \times n)$, wobei $A \neq 0$, $B \neq 0$ und $A \cdot B = 0$. Zeigen Sie, dass dann $\det(A) = 0 = \det(B)$ gilt.