Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Jens Hornbostel
Falk Beckert

Sommersemester 2015
22.6.2015

Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 10

Abgabefrist: Montag, den **29.6.2015** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 35
Bestimmen Sie die Normalform N nach Satz 22.11 für

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie auch die Basiswechselmatrix $M_{T_{Y,X}}$ von der Standardbasis X zu der neuen Basis Y an, für die $N = M_{f_A,Y,Y}$ gilt.

Aufgabe 36
Zeigen Sie, dass für die Zahlen $s_1, \ldots, s_d$ in Satz 22.11 aus der Vorlesung

$$s_i = \dim(U_i/U_{i-1}) - \dim(U_{i+1}/U_i)$$

gilt. Insbesondere sind diese Zahlen also durch den nilpotenten Endomorphismus g eindeutig bestimmt.

Aufgabe 37
Der Endomorphismus $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ist durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

gegeben.
Zeigen Sie, dass das charakteristische Polynom $\chi_f = (t+2)(t-1)^2$ ist.
Der Hauptraum $H := \mathrm{Hau(f,1)} \subset \mathbb{R}^3$ ist 2-dimensional (warum?). Zeigen Sie, dass die nilpotente Abbildung $g := (f - \mathrm{id})|_H : H \to H$ die Normalform $J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ hat, und bestimmen eine Basis Y für H, so dass $M_{g,Y,Y}$ in Normalform ist.

Aufgabe 38
Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wie oben. Bestimmen Sie die Jordansche Normalform von f. Geben sie die Basiswechselmatrix $M_{T_{Y,X}}$ von der Standardbasis X zu der Basis Y an, für die $M_{f,Y,Y}$ in Jordanscher Normalform ist.