Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Jens Hornbostel
Falk Beckert

Sommersemester 2015
13.4.2015

Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 1

Abgabefrist: Montag, den **20.4.2015** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 1
Schreiben Sie die folgende Permutationen als Produkt von Transpositionen. Falls es mehrere Möglichkeiten gibt, so geben Sie zwei solche an.

$$(i)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad (ii)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad (ii)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2
Geben Sie alle (bis auf Isomorphie) Gruppen mit 2,3,4 Elementen an, indem Sie alle möglichen Gruppentafeln angeben. Welche dieser Gruppen sind abelsch? Welche sind isomorph zu Σ_n, A_n oder $\mathbb{Z}/n$ für ein geeignet gewähltes n?

Aufgabe 3
Zeigen Sie, daß die Abbildung $\Sigma_n \to \Sigma_{n+1}$,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \cdots & \sigma(n) \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n & n+1 \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \cdots & \sigma(n) & n+1 \end{pmatrix}$$

aus der Vorlesung ein injektiver Gruppenhomomorphismus ist.

Aufgabe 4
Es sei $K = \mathbb{R}$. Welche der folgenden Abbildungen sind multilinear? Welche sind sogar alternierend?

1. $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto x_2$.
2. $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $(x_1, x_2, x_3) \mapsto x_1 - x_2 + x_3$
3. $h : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) \mapsto x_2 y_1 - y_2 x_1$.
4. $k : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\left(\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \right) \mapsto a + cd$