



Verifikationsnumerik I (4 SWS V/Ü)

WS 2016/17

Stichworte zum Vorlesungsinhalt

I Einführung, Motivation

Wissenschaftliches Rechnen (Scientific Computing), Beispiele für numerische Katastrophen, verschiedene Fehlerquellen, Ziele der Intervallrechnung, Brouwerscher Fixpunktsatz

II Rechnen mit (unendlichen) Mengen, Intervallarithmetik

Potenzmengenoperation, Menge IR , Ordnungsrelation, Intervallhülle, Grundoperationen, elementare Intervallfunktionen, Inklusionsmonotonie

III Maschinenintervallarithmetik

Gleitkommasysteme, IEEE-Datenformate, Rundungsfunktionen, Rundungskontrolle, Maschinenintervalle, Maschinenintervalloperationen

IV Ausdrücke

Ausdrucksauswertung, Wertebereichseinschließung, intervallmäßige Auswertung

V Intervallrechnung im Komplexen

Rechteckarithmetik, Hilfsmittel aus der Funktionentheorie, Kreisscheibenarithmetik, Permanenzprinzip, flächenoptimale Einschließungen

VI Algebraische Eigenschaften von $(IR, \{+, -, \cdot, /\})$

Neutrale Elemente, Subdistributivität, ..., Kürzungsregeln, Hilfsfunktion χ , Lösbarkeit von einfachen Intervallgleichungen

VII Nullstellenverfahren mit Verifikation

Bisektionsverfahren im Reellen, auf der Maschine, sichere Einschließungen *aller* Nullstellen

VIII (IR, q) als metrischer Raum

Hausdorff-Metrik, Topologie, Vollständigkeit, Stetigkeit, Eigenschaften des Abstands

IX Wertebereichseinschließungen reellwertiger Funktionen

Lipschitzstetigkeit, Approximationsordnung, zentrierte Formen, Mittelwertform

X Nichtlineare Gleichungen, Nullstellenprobleme

Newtonähnliche Verfahren, Intervallnewtonverfahren, Konvergenzordnung (Beweis), Divergenzordnung, erweiterte Intervalldivision, erweitertes Intervallnewtonverfahren

XI Automatische Differentiation / Algorithmische Differentiation

Differentiationsarithmetik, Ausdrucksaufbau, Operator- und Funktionsüberladung, automatisches Berechnen von Einschließungen der ersten und zweiten Ableitung

XII Taylorarithmetik

Einschließungen von Taylorkoeffizienten, Einschließungen höherer Ableitungen

XIII Verifizierte globale Optimierung (eindimensional)

Generelle Strategie, Mittelpunktstest, Monotonietest, Konkavitätstest, Einschließung stationärer Punkte

XIV Selbstverifizierende Quadratur

Newton-Cotes-Formeln, Fehlerterm einschließung mit automatischer Differentiation, Romberg-Integration, exakte Berechnung der Gewichte, Berechnung der T-Tafel-Einträge über (Intervall-)Skalarproduktausdrücke, nicht darstellbare Integrationsgrenzen

Softwareeinsatz:

- **C-XSC**

C++ – Klassenbibliothek für das wissenschaftliche Rechnen

- **mit C++ – Toolbox für C-XSC**

Sammlung von Routinen zur verifizierten Lösung ein- und mehrdimensionaler Probleme (lineare und nichtlineare Gleichungssysteme, lineare Optimierung, globale Optimierung usw.)