Vorkurs Mathematik für Studenten der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Dr. Michael Stiglmayr

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik und Informatik

Visitenkarte

Dr. Michael Stiglmayr

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C – Mathematik und Informatik
Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation

email:	stiglmayr@math.uni-wuppertal.de
www:	http://math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi
Büro:	D.13.01
Telefon:	0202-439 3487

Inhalt

Inhalt

Aussagen

Definition

Unter einer *Aussage* versteht man eine Behauptung, von der eindeutig entschieden werden kann, ob sie *wahr* oder *falsch* ist. Einer Aussage ordnet man die Wahrheitswerte wahr (w) oder falsch (f) zu.

Beispiel

A: 169 ist eine Primzahl. (f)

B: 169 ist eine Quadratzahl. (w)

C: Wien ist die Hauptstadt der Schweiz. (f)

D: Der Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler ist nützlich. (keine Aussage)

Aussagen

Definition

Unter einer *Aussage* versteht man eine Behauptung, von der eindeutig entschieden werden kann, ob sie *wahr* oder *falsch* ist. Einer Aussage ordnet man die Wahrheitswerte wahr (w) oder falsch (f) zu.

Beispiel

A: 169 ist eine Primzahl. (f)

B: 169 ist eine Quadratzahl. (w)

C: Wien ist die Hauptstadt der Schweiz. (f)

D: Der Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler ist nützlich. (keine Aussage)

Aussagen

Definition

Unter einer *Aussage* versteht man eine Behauptung, von der eindeutig entschieden werden kann, ob sie *wahr* oder *falsch* ist. Einer Aussage ordnet man die Wahrheitswerte wahr (w) oder falsch (f) zu.

Beispiel

A: 169 ist eine Primzahl. (f)

B: 169 ist eine Quadratzahl. (w)

C: Wien ist die Hauptstadt der Schweiz. (f)

D: Der Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler ist nützlich. (keine Aussage)

Aussagen

Definition

Unter einer *Aussage* versteht man eine Behauptung, von der eindeutig entschieden werden kann, ob sie *wahr* oder *falsch* ist. Einer Aussage ordnet man die Wahrheitswerte wahr (w) oder falsch (f) zu.

Beispiel

A: 169 ist eine Primzahl. (f)

B: 169 ist eine Quadratzahl. (w)

C: Wien ist die Hauptstadt der Schweiz. (f)

D: Der Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler ist nützlich. (keine Aussage)

Aussagen

Definition

Unter einer *Aussage* versteht man eine Behauptung, von der eindeutig entschieden werden kann, ob sie *wahr* oder *falsch* ist. Einer Aussage ordnet man die Wahrheitswerte wahr (w) oder falsch (f) zu.

Beispiel

A: 169 ist eine Primzahl. (f)

B: 169 ist eine Quadratzahl. (w)

C: Wien ist die Hauptstadt der Schweiz. (f)

D: Der Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler ist nützlich. (keine Aussage)

Negation von Aussagen

Bezeichnung

Ist A eine Aussage, so bezeichnet $\neg A$ (gesprochen „nicht A“) die Negation der Aussage *A. $\neg A$ ist wieder eine Aussage, die wahr ist, wenn A falsch ist und umgekehrt.*

Wahrheitstafel von $\neg A$

A	$\neg A$
w	f
f	w

Negation von Aussagen

Bezeichnung

Ist A eine Aussage, so bezeichnet $\neg A$ (gesprochen „nicht A") die Negation der Aussage *A. $\neg A$ ist wieder eine Aussage, die wahr ist, wenn A falsch ist und umgekehrt.*

Wahrheitstafel von $\neg A$

A	$\neg A$
w	**f**
f	**w**

Beispiel

A: $2 + 2 = 4$ (w)

$\neg A$: $2 + 2 \neq 4$ (f)

B: Alle Menschen sind sterblich. (w)

$\neg B$: Es existiert ein Mensch, der nicht sterblich ist. (f)

Das letzte Beispiel zeigt, dass bei Negationen genau auf die Formulierung zu achten ist.

C: Alle Menschen sind unsterblich. (f)
Dies ist nicht die Negation der Aussage B.

D: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n + 3 = 6$. (f)

$\neg D$: Es existiert eine natürliche Zahl n, so dass $n + 3 \neq 6$ gilt. (w)

Beispiel

A: $2 + 2 = 4$ (w)

$\neg A$: $2 + 2 \neq 4$ (f)

B: Alle Menschen sind sterblich. (w)

$\neg B$: Es existiert ein Mensch, der nicht sterblich ist. (f)

Das letzte Beispiel zeigt, dass bei Negationen genau auf die Formulierung zu achten ist.

C: Alle Menschen sind unsterblich. (f)
Dies ist nicht die Negation der Aussage B.

D: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n + 3 = 6$. (f)

$\neg D$: Es existiert eine natürliche Zahl n, so dass $n + 3 \neq 6$ gilt. (w)

Beispiel

A: $2+2=4$ (w)

$\neg A$: $2+2\neq 4$ (f)

B: Alle Menschen sind sterblich. (w)

$\neg B$: Es existiert ein Mensch, der nicht sterblich ist. (f)

Das letzte Beispiel zeigt, dass bei Negationen genau auf die Formulierung zu achten ist.

C: Alle Menschen sind unsterblich. (f)
Dies ist nicht die Negation der Aussage B.

D: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n+3=6$. (f)

$\neg D$: Es existiert eine natürliche Zahl n, so dass $n+3\neq 6$ gilt. (w)

Beispiel

A: $2+2=4$ (w)

$\neg A$: $2+2\neq 4$ (f)

B: Alle Menschen sind sterblich. (w)

$\neg B$: Es existiert ein Mensch, der nicht sterblich ist. (f)

Das letzte Beispiel zeigt, dass bei Negationen genau auf die Formulierung zu achten ist.

C: Alle Menschen sind unsterblich. (f)
Dies ist nicht die Negation der Aussage B.

D: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n+3=6$. (f)

$\neg D$: Es existiert eine natürliche Zahl n, so dass $n+3\neq 6$ gilt. (w)

Beispiel

A: $2 + 2 = 4$ (w)

$\neg A$: $2 + 2 \neq 4$ (f)

B: Alle Menschen sind sterblich. (w)

$\neg B$: Es existiert ein Mensch, der nicht sterblich ist. (f)

Das letzte Beispiel zeigt, dass bei Negationen genau auf die Formulierung zu achten ist.

C: Alle Menschen sind unsterblich. (f)
Dies ist nicht die Negation der Aussage B.

D: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n + 3 = 6$. (f)

$\neg D$: Es existiert eine natürliche Zahl n, so dass $n + 3 \neq 6$ gilt. (w)

Beispiel

A: $2 + 2 = 4$ (w)

$\neg A$: $2 + 2 \neq 4$ (f)

B: Alle Menschen sind sterblich. (w)

$\neg B$: Es existiert ein Mensch, der nicht sterblich ist. (f)

Das letzte Beispiel zeigt, dass bei Negationen genau auf die Formulierung zu achten ist.

C: Alle Menschen sind unsterblich. (f)
Dies ist nicht die Negation der Aussage B.

D: Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n + 3 = 6$. (f)

$\neg D$: Es existiert eine natürliche Zahl n, so dass $n + 3 \neq 6$ gilt. (w)

Verknüpfungen von Aussagen

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \wedge B$ (gesprochen „A und B“) eine neue Aussage, die Konjunktion *von A und B definiert.*

$A \wedge B$ ist eine wahre Aussage, wenn sowohl A als auch B eine wahre Aussage ist.

Wahrheitstafel von $A \wedge B$

A	B	$A \wedge B$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

Verknüpfungen von Aussagen

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \wedge B$ (gesprochen „A und B“) eine neue Aussage, die Konjunktion *von A und B definiert.*

$A \wedge B$ ist eine wahre Aussage, wenn sowohl A als auch B eine wahre Aussage ist.

Wahrheitstafel von $A \wedge B$

A	B	$A \wedge B$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

Verknüpfungen von Aussagen

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \wedge B$ (gesprochen „A und B") eine neue Aussage, die Konjunktion *von A und B definiert.*

$A \wedge B$ ist eine wahre Aussage, wenn sowohl A als auch B eine wahre Aussage ist.

Wahrheitstafel von $A \wedge B$

A	B	$A \wedge B$
w	w	**w**
w	f	**f**
f	w	**f**
f	f	**f**

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \wedge B$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Primzahl. (f)
$A \wedge C$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \wedge C$:	169 ist eine Primzahl und eine Quadratzahl. (f)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \wedge B$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Primzahl. (f)
$A \wedge C$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \wedge C$:	169 ist eine Primzahl und eine Quadratzahl. (f)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \wedge B$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Primzahl. (f)
$A \wedge C$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \wedge C$:	169 ist eine Primzahl und eine Quadratzahl. (f)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \wedge B$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Primzahl. (f)
$A \wedge C$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \wedge C$:	169 ist eine Primzahl und eine Quadratzahl. (f)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \wedge B$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Primzahl. (f)
$A \wedge C$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \wedge C$:	169 ist eine Primzahl und eine Quadratzahl. (f)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \wedge B$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Primzahl. (f)
$A \wedge C$:	$2+2=4$ und 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \wedge C$:	169 ist eine Primzahl und eine Quadratzahl. (f)

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \vee B$ (gesprochen „A oder B“) eine neue Aussage, die Disjunktion *(nicht ausschließendes oder) von A und B definiert.*

$A \vee B$ ist wahr, wenn mindestens eine der Aussagen A oder B wahr ist.

*(Meint man „*entweder *A oder B“, so schreibt man $A \dot{\vee} B$ und spricht vom „exklusiven oder“.)*

Wahrheitstafel für $A \vee B$ und $A \dot{\vee} B$

A	B	$A \vee B$	
w	w	w	f
w	f	w	w
f	w	w	w
f	f	f	f

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \vee B$ (gesprochen „A oder B“) eine neue Aussage, die Disjunktion *(nicht ausschließendes oder) von A und B definiert.*

$A \vee B$ ist wahr, wenn mindestens eine der Aussagen A oder B wahr ist.

*(Meint man „*entweder *A oder B“, so schreibt man $A \dot{\vee} B$ und spricht vom „exklusiven oder“.)*

Wahrheitstafel für $A \vee B$ und $A \dot{\vee} B$

A	B	$A \vee B$	
w	w	w	f
w	f	w	w
f	w	w	w
f	f	f	f

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \vee B$ (gesprochen „A oder B“) eine neue Aussage, die Disjunktion *(nicht ausschließendes oder) von A und B definiert.*

$A \vee B$ ist wahr, wenn mindestens eine der Aussagen A oder B wahr ist.

*(Meint man „*entweder *A oder B“, so schreibt man $A \dot{\vee} B$ und spricht vom „exklusiven oder“.)*

Wahrheitstafel für $A \vee B$ und $A \dot{\vee} B$

A	B	$A \vee B$	
w	w	w	f
w	f	w	w
f	w	w	w
f	f	f	f

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \vee B$ (gesprochen „A oder B“) eine neue Aussage, die Disjunktion *(nicht ausschließendes oder) von A und B definiert.*

$A \vee B$ ist wahr, wenn mindestens eine der Aussagen A oder B wahr ist.

*(Meint man „*entweder *A oder B“, so schreibt man $A \dot{\vee} B$ und spricht vom „exklusiven oder“.)*

Wahrheitstafel für $A \vee B$ und $A \dot{\vee} B$

A	B	$A \vee B$	
w	w	**w**	**f**
w	f	**w**	**w**
f	w	**w**	**w**
f	f	**f**	**f**

Beispiel

A: $2 + 2 = 4$ (w)

B: 169 ist eine Primzahl (f)

C: 169 ist eine Quadratzahl (w)

$A \vee B$: $2 + 2 = 4$ oder 169 ist eine Primzahl. (w)

$A \vee C$: $2 + 2 = 4$ oder 169 ist eine Quadratzahl. (w)

$B \vee C$: 169 ist eine Primzahl oder eine Quadratzahl. (w)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \vee B$:	$2+2=4$ oder 169 ist eine Primzahl. (w)
$A \vee C$:	$2+2=4$ oder 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \vee C$:	169 ist eine Primzahl oder eine Quadratzahl. (w)

Beispiel

A: $2 + 2 = 4$ (w)

B: 169 ist eine Primzahl (f)

C: 169 ist eine Quadratzahl (w)

$A \vee B$: $2 + 2 = 4$ oder 169 ist eine Primzahl. (w)

$A \vee C$: $2 + 2 = 4$ oder 169 ist eine Quadratzahl. (w)

$B \vee C$: 169 ist eine Primzahl oder eine Quadratzahl. (w)

Beispiel

A: $2+2=4$ (w)

B: 169 ist eine Primzahl (f)

C: 169 ist eine Quadratzahl (w)

$A \vee B$: $2+2=4$ oder 169 ist eine Primzahl. (w)

$A \vee C$: $2+2=4$ oder 169 ist eine Quadratzahl. (w)

$B \vee C$: 169 ist eine Primzahl oder eine Quadratzahl. (w)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \vee B$:	$2+2=4$ oder 169 ist eine Primzahl. (w)
$A \vee C$:	$2+2=4$ oder 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \vee C$:	169 ist eine Primzahl oder eine Quadratzahl. (w)

Beispiel

A:	$2+2=4$ (w)
B:	169 ist eine Primzahl (f)
C:	169 ist eine Quadratzahl (w)
$A \vee B$:	$2+2=4$ oder 169 ist eine Primzahl. (w)
$A \vee C$:	$2+2=4$ oder 169 ist eine Quadratzahl. (w)
$B \vee C$:	169 ist eine Primzahl oder eine Quadratzahl. (w)

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \Rightarrow B$ (gesprochen „wenn A dann B“ oder „aus A folgt B“) wieder eine Aussage, die Implikation (Folgerung)*, definiert.*

Die Implikation $A \Rightarrow B$ ist nur dann eine falsche Aussage, wenn A wahr und B falsch ist.

- *Aus einer wahren kann keine falsche Aussage folgen!*
- *Aus einer falschen Aussage kann aber eine wahre Aussage folgen!*

Wahrheitstafel von $A \Rightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$
w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \Rightarrow B$ (gesprochen „wenn A dann B“ oder „aus A folgt B“) wieder eine Aussage, die Implikation (Folgerung)*, definiert.*

Die Implikation $A \Rightarrow B$ ist nur dann eine falsche Aussage, wenn A wahr und B falsch ist.

- *Aus einer wahren kann keine falsche Aussage folgen!*
- *Aus einer falschen Aussage kann aber eine wahre Aussage folgen!*

Wahrheitstafel von $A \Rightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$
w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, so wird durch $A \Rightarrow B$ (gesprochen „wenn A dann B“ oder „aus A folgt B“) wieder eine Aussage, die Implikation (Folgerung)*, definiert.*

Die Implikation $A \Rightarrow B$ ist nur dann eine falsche Aussage, wenn A wahr und B falsch ist.

- *Aus einer wahren kann keine falsche Aussage folgen!*
- *Aus einer falschen Aussage kann aber eine wahre Aussage folgen!*

Wahrheitstafel von $A \Rightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$
w	w	**w**
w	f	**f**
f	w	**w**
f	f	**w**

Beispiel

A:	2 ist Teiler von 18. (w)
B:	4 ist Teiler von 18. (f)
$A \Rightarrow B$:	Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)
$B \Rightarrow A$:	Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, dann ist $(A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)$ ebenfalls eine Aussage, die mit $A \Leftrightarrow B$ (gesprochen „A äquivalent zu B“ oder „A genau dann wenn B“) abgekürzt wird.

$A \Leftrightarrow B$ ist eine wahre Aussage, wenn A und B die gleichen Wahrheitswerte haben, d. h. entweder beide wahr oder beide falsch sind.

Wahrheitstafel von $A \Leftrightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$A \Leftrightarrow B$
w	w	w	w	w
w	f	f	w	f
f	w	w	f	f
f	f	w	w	w

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, dann ist $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ ebenfalls eine Aussage, die mit $A \Leftrightarrow B$ (gesprochen „A äquivalent zu B“ oder „A genau dann wenn B“) abgekürzt wird.

$A \Leftrightarrow B$ ist eine wahre Aussage, wenn A und B die gleichen Wahrheitswerte haben, d. h. entweder beide wahr oder beide falsch sind.

Wahrheitstafel von $A \Leftrightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$A \Leftrightarrow B$
w	w	w	w	w
w	f	f	w	f
f	w	w	f	f
f	f	w	w	w

Bezeichnung

Sind A und B Aussagen, dann ist $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ *ebenfalls eine Aussage, die mit* $A \Leftrightarrow B$ *(gesprochen „A äquivalent zu B“ oder „A genau dann wenn B“) abgekürzt wird.*

$A \Leftrightarrow B$ *ist eine wahre Aussage, wenn A und B die gleichen Wahrheitswerte haben, d. h. entweder beide wahr oder beide falsch sind.*

Wahrheitstafel von $A \Leftrightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$A \Leftrightarrow B$
w	w	w	w	**w**
w	f	f	w	**f**
f	w	w	f	**f**
f	f	w	w	**w**

Beispiel

A:	2 ist Teiler von 18. (w)
B:	4 ist Teiler von 18. (f)
$A \Rightarrow B$:	Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)
$B \Rightarrow A$:	Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)
$A \Leftrightarrow B$:	2 ist Teiler von 18, genau dann wenn 4 Teiler von 18 ist. (f)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

$A \Leftrightarrow B$: 2 ist Teiler von 18, genau dann wenn 4 Teiler von 18 ist. (f)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

$A \Leftrightarrow B$: 2 ist Teiler von 18, genau dann wenn 4 Teiler von 18 ist. (f)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

$A \Leftrightarrow B$: 2 ist Teiler von 18, genau dann wenn 4 Teiler von 18 ist. (f)

Beispiel

A: 2 ist Teiler von 18. (w)

B: 4 ist Teiler von 18. (f)

$A \Rightarrow B$: Wenn 2 Teiler von 18 ist, dann ist 4 Teiler von 18. (f)

$B \Rightarrow A$: Wenn 4 Teiler von 18 ist, dann ist 2 Teiler von 18. (w)

$A \Leftrightarrow B$: 2 ist Teiler von 18, genau dann wenn 4 Teiler von 18 ist. (f)

Umformungsregeln

Kommutativgesetz

$$A \wedge B \Longleftrightarrow B \wedge A$$
$$A \vee B \Longleftrightarrow B \vee A$$

Assoziativgesetz

$$A \wedge (B \wedge C) \Longleftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$$
$$A \vee (B \vee C) \Longleftrightarrow (A \vee B) \vee C$$

Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \Longleftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
$$A \vee (B \wedge C) \Longleftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Doppelte Verneinung

$$\neg(\neg A) \Longleftrightarrow A$$

Regel von De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \Longleftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$\neg(A \vee B) \Longleftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$$

Umformungsregeln

Kommutativgesetz

$$A \wedge B \iff B \wedge A$$
$$A \vee B \iff B \vee A$$

Assoziativgesetz

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$$
$$A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$$

Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Doppelte Verneinung

$$\neg(\neg A) \iff A$$

Regel von De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

Umformungsregeln

Kommutativgesetz

$$A \wedge B \iff B \wedge A$$
$$A \vee B \iff B \vee A$$

Assoziativgesetz

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$$
$$A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$$

Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Doppelte Verneinung

$$\neg(\neg A) \iff A$$

Regel von De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

Umformungsregeln

Kommutativgesetz

$$A \wedge B \iff B \wedge A$$
$$A \vee B \iff B \vee A$$

Assoziativgesetz

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$$
$$A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$$

Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Doppelte Verneinung

$$\neg(\neg A) \iff A$$

Regel von De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

Umformungsregeln

Kommutativgesetz

$$A \wedge B \iff B \wedge A$$
$$A \vee B \iff B \vee A$$

Assoziativgesetz

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$$
$$A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$$

Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Doppelte Verneinung

$$\neg(\neg A) \iff A$$

Regel von De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

Umformungsregeln

Kommutativgesetz

$$A \wedge B \iff B \wedge A$$
$$A \vee B \iff B \vee A$$

Assoziativgesetz

$$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$$
$$A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$$

Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$
$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Doppelte Verneinung

$$\neg(\neg A) \iff A$$

Regel von De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$$
$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

Wahrheitstafel zum Assioziativgesetz $A \wedge (B \wedge C) \Longleftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \wedge (B \wedge C)$	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \wedge C$
w	w	w	w	**w**	w	**w**
w	w	f	f	**f**	w	**f**
w	f	w	f	**f**	f	**f**
w	f	f	f	**f**	f	**f**
f	w	w	w	**f**	f	**f**
f	w	f	f	**f**	f	**f**
f	f	w	f	**f**	f	**f**
f	f	f	f	**f**	f	**f**

Wahrheitstafel zum Distributivgesetz
$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
w	w	w	w	**w**	w	w	**w**
w	w	f	w	**w**	w	f	**w**
w	f	w	w	**w**	f	w	**w**
w	f	f	f	**f**	f	f	**f**
f	w	w	w	**f**	f	f	**f**
f	w	f	w	**f**	f	f	**f**
f	f	w	w	**f**	f	f	**f**
f	f	f	f	**f**	f	f	**f**

Beispiel (zum Assoziativgesetz $A \wedge (B \wedge C) \Longleftrightarrow (A \wedge B) \wedge C)$

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
B:	3 ist Teiler von 6. (w)
C:	4 ist Teiler von 6. (f)
$A \wedge (B \wedge C)$:	2 Teiler von 6 und (3 und 4 Teiler von 6) (f)
$(A \wedge B) \wedge C$:	(2 und 3 Teiler von 6) und 4 Teiler von 6 (f)

Beispiel (zum Assoziativgesetz

$A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C)$

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
B:	3 ist Teiler von 6. (w)
C:	4 ist Teiler von 6. (f)
$A \wedge (B \wedge C)$:	2 Teiler von 6 und (3 und 4 Teiler von 6) (f)
$(A \wedge B) \wedge C$:	(2 und 3 Teiler von 6) und 4 Teiler von 6 (f)

Beispiel (zum Assoziativgesetz $A \wedge (B \wedge C) \Longleftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$)

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
B:	3 ist Teiler von 6. (w)
C:	4 ist Teiler von 6. (f)
$A \wedge (B \wedge C)$:	2 Teiler von 6 und (3 und 4 Teiler von 6) (f)
$(A \wedge B) \wedge C$:	(2 und 3 Teiler von 6) und 4 Teiler von 6 (f)

Beispiel (zum Assoziativgesetz $A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C)$

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
B:	3 ist Teiler von 6. (w)
C:	4 ist Teiler von 6. (f)
$A \wedge (B \wedge C)$:	2 Teiler von 6 und (3 und 4 Teiler von 6) (f)
$(A \wedge B) \wedge C$:	(2 und 3 Teiler von 6) und 4 Teiler von 6 (f)

Beispiel (zum Assoziativgesetz $A \wedge (B \wedge C) \iff (A \wedge B) \wedge C$)

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
B:	3 ist Teiler von 6. (w)
C:	4 ist Teiler von 6. (f)
$A \wedge (B \wedge C)$:	2 Teiler von 6 und (3 und 4 Teiler von 6) (f)
$(A \wedge B) \wedge C$:	(2 und 3 Teiler von 6) und 4 Teiler von 6 (f)

Beispiel (zur doppelten Verneinung $\neg(\neg A) \Longleftrightarrow A$)

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
$\neg A$:	2 ist nicht Teiler von 6. (f)
$\neg(\neg A)$:	Es gilt nicht, dass 2 nicht Teiler von 6 ist. (w)
B:	Jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)
$\neg B$:	Es gilt nicht, dass jede Primzahl $p > 2$ ungerade ist. (f) Es existiert eine Primzahl $p > 2$, die gerade ist. (f)
$\neg(\neg B)$:	Es gilt nicht, dass es eine Primzahl $p > 2$ gibt, die gerade ist. (w) bzw. jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

Beispiel (zur doppelten Verneinung $\neg(\neg A) \iff A$)

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
$\neg A$:	2 ist nicht Teiler von 6. (f)
$\neg(\neg A)$:	Es gilt nicht, dass 2 nicht Teiler von 6 ist. (w)
B:	Jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)
$\neg B$:	Es gilt nicht, dass jede Primzahl $p > 2$ ungerade ist. (f) Es existiert eine Primzahl $p > 2$, die gerade ist. (f)
$\neg(\neg B)$:	Es gilt nicht, dass es eine Primzahl $p > 2$ gibt, die gerade ist. (w) bzw. jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

Beispiel (zur doppelten Verneinung $\neg(\neg A) \Longleftrightarrow A$)

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
$\neg A$:	2 ist nicht Teiler von 6. (f)
$\neg(\neg A)$:	Es gilt nicht, dass 2 nicht Teiler von 6 ist. (w)
B:	Jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)
$\neg B$:	Es gilt nicht, dass jede Primzahl $p > 2$ ungerade ist. (f) Es existiert eine Primzahl $p > 2$, die gerade ist. (f)
$\neg(\neg B)$:	Es gilt nicht, dass es eine Primzahl $p > 2$ gibt, die gerade ist. (w) bzw. jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

Beispiel (zur doppelten Verneinung $\neg(\neg A) \iff A$)

A:	2 ist Teiler von 6. (w)
$\neg A$:	2 ist nicht Teiler von 6. (f)
$\neg(\neg A)$:	Es gilt nicht, dass 2 nicht Teiler von 6 ist. (w)
B:	Jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)
$\neg B$:	Es gilt nicht, dass jede Primzahl $p > 2$ ungerade ist. (f) Es existiert eine Primzahl $p > 2$, die gerade ist. (f)
$\neg(\neg B)$:	Es gilt nicht, dass es eine Primzahl $p > 2$ gibt, die gerade ist. (w) bzw. jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

Beispiel (zur doppelten Verneinung $\neg(\neg A) \iff A$)

A: 2 ist Teiler von 6. (w)

$\neg A$: 2 ist nicht Teiler von 6. (f)

$\neg(\neg A)$: Es gilt nicht, dass 2 nicht Teiler von 6 ist. (w)

B: Jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

$\neg B$: Es gilt nicht, dass jede Primzahl $p > 2$ ungerade ist. (f)
Es existiert eine Primzahl $p > 2$, die gerade ist. (f)

$\neg(\neg B)$: Es gilt nicht, dass es eine Primzahl $p > 2$ gibt, die gerade ist. (w)
bzw. jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

Beispiel (zur doppelten Verneinung $\neg(\neg A) \iff A$)

A: 2 ist Teiler von 6. (w)

$\neg A$: 2 ist nicht Teiler von 6. (f)

$\neg(\neg A)$: Es gilt nicht, dass 2 nicht Teiler von 6 ist. (w)

B: Jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

$\neg B$: Es gilt nicht, dass jede Primzahl $p > 2$ ungerade ist. (f)
Es existiert eine Primzahl $p > 2$, die gerade ist. (f)

$\neg(\neg B)$: Es gilt nicht, dass es eine Primzahl $p > 2$ gibt, die gerade ist. (w)
bzw. jede Primzahl $p > 2$ ist ungerade. (w)

Tautologie

Definition

Eine Aussage, die aus der Verknüpfung mehrerer Aussagen hervorgeht, ist eine Tautologie, wenn für alle möglichen Wahrheitswerte der für die Verknüpfung verwendeten Aussagen, die Aussage insgesamt stets wahr ist.

Beispiel (Satz vom ausgeschlossenen Dritten)

$A \vee (\neg A)$ ist eine Tautologie. Es regnet oder es regnet nicht. Eine dritte Möglichkeit gibt es nicht.

Wahrheitstafel von $A \vee (\neg A)$

A	$\neg A$	$A \vee (\neg A)$
w	f	w
f	w	w

Beispiel (Satz vom ausgeschlossenen Dritten)

$A \vee (\neg A)$ ist eine Tautologie. Es regnet oder es regnet nicht. Eine dritte Möglichkeit gibt es nicht.

Wahrheitstafel von $A \vee (\neg A)$

A	$\neg A$	$A \vee (\neg A)$
w	f	**w**
f	w	**w**

Beispiel (Gesetz vom Widerspruch)

$\neg(A \wedge (\neg A))$ ist eine Tautologie. Es regnet und es regnet nicht ist immer falsch, die Negation daher stets richtig.

Wahrheitstafel von $\neg(A \wedge (\neg A))$

A	$\neg A$	$A \wedge (\neg A)$	$\neg(A \wedge (\neg A))$
w	f	f	w
f	w	f	w

Beispiel (Gesetz vom Widerspruch)

$\neg(A \wedge (\neg A))$ ist eine Tautologie. Es regnet und es regnet nicht ist immer falsch, die Negation daher stets richtig.

Wahrheitstafel von $\neg(A \wedge (\neg A))$

A	$\neg A$	$A \wedge (\neg A)$	$\neg(A \wedge (\neg A))$
w	f	f	**w**
f	w	f	**w**

Beispiel

$(A \implies B) \iff ((\neg A) \vee B)$ ist eine Tautologie.

Wahrheitstafel von $(A \implies B) \iff ((\neg A) \vee B)$

A	B	$A \implies B$	$\neg A$	$(\neg A) \vee B$	$(A \implies B) \iff ((\neg A) \vee B)$
w	w	w	f	w	**w**
w	f	f	f	f	**w**
f	w	w	w	w	**w**
f	f	w	w	w	**w**

Beispiel

$(A \implies B) \iff ((\neg A) \vee B)$ ist eine Tautologie.

Wahrheitstafel von $(A \implies B) \iff ((\neg A) \vee B)$

A	B	$A \implies B$	$\neg A$	$(\neg A) \vee B$	$(A \implies B) \iff ((\neg A) \vee B)$
w	w	w	f	w	**w**
w	f	f	f	f	**w**
f	w	w	w	w	**w**
f	f	w	w	w	**w**

Aussageformen

Definition

Eine *Aussageform* ist eine Behauptung, die eine oder mehrere Variable enthält. Eine Aussageform wird zu einer Aussage, wenn für die Variablen Objekte des zugehörigen Grundbereiches eingesetzt werden.

Geht für ein Objekt des Grundbereiches die Aussageform in eine wahre Aussage über, dann nennt man dieses Objekt *Lösung der Aussageform*.

Aussageformen mit demselben Grundbereich kann man wie Aussagen miteinander verknüpfen und erhält wieder eine Aussageform.

Aussageformen

Definition

Eine *Aussageform* ist eine Behauptung, die eine oder mehrere Variable enthält. Eine Aussageform wird zu einer Aussage, wenn für die Variablen Objekte des zugehörigen Grundbereiches eingesetzt werden.

Geht für ein Objekt des Grundbereiches die Aussageform in eine wahre Aussage über, dann nennt man dieses Objekt *Lösung der Aussageform*.

Aussageformen mit demselben Grundbereich kann man wie Aussagen miteinander verknüpfen und erhält wieder eine Aussageform.

Aussageformen

Definition

Eine *Aussageform* ist eine Behauptung, die eine oder mehrere Variable enthält. Eine Aussageform wird zu einer Aussage, wenn für die Variablen Objekte des zugehörigen Grundbereiches eingesetzt werden.

Geht für ein Objekt des Grundbereiches die Aussageform in eine wahre Aussage über, dann nennt man dieses Objekt *Lösung der Aussageform*.

Aussageformen mit demselben Grundbereich kann man wie Aussagen miteinander verknüpfen und erhält wieder eine Aussageform.

Beispiel

Grundbereich: $\mathbb{Z}$ (Menge der ganzen Zahlen)

$A(x)\ :\quad x+7=0$ ist eine Aussageform mit der Variablen x.

$A(-7)\!:\quad -7+7=0$ (w) ist eine Aussage mit Wahrheitswert (w).

$A(0)\ :\quad 0+7=0$ (f) ist eine Aussage mit Wahrheitswert (f).

Beispiel

Grundbereich: $\mathbb{Z}$ (Menge der ganzen Zahlen)

$A(x)\ :\quad x+7=0$ ist eine Aussageform mit der Variablen x.

$A(-7)\!:\quad -7+7=0$ (w) ist eine Aussage mit Wahrheitswert (w).

$A(0)\ :\quad 0+7=0$ (f) ist eine Aussage mit Wahrheitswert (f).

Beispiel

Grundbereich: $\mathbb{Z}$ (Menge der ganzen Zahlen)

$A(x)$: $x + 7 = 0$ ist eine Aussageform mit der Variablen x.

$A(-7)$: $-7 + 7 = 0$ (w) ist eine Aussage mit Wahrheitswert (w).

$A(0)$: $0 + 7 = 0$ (f) ist eine Aussage mit Wahrheitswert (f).

Grundlagen der Mengenlehre

Definition

Als *Menge* bezeichnet man die Zusammenfassung unterschiedlicher Objekte, die *Elemente* genannt werden.

Eine Menge, die kein Element enthält, heißt *leere Menge* und wird mit dem Symbol $\{\ \}$ (oder $\emptyset$) bezeichnet. Zwei Mengen A und B sind gleich, wenn sie dieselben Elemente enthalten. Man schreibt dann $A = B$.

Beispiel

1. Menge der Teilnehmer am Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler
2. Menge der Zahlen 2,3,5,7.
3. Menge der Telefonnummern in Dortmund.

Grundlagen der Mengenlehre

Definition

Als *Menge* bezeichnet man die Zusammenfassung unterschiedlicher Objekte, die *Elemente* genannt werden.

Eine Menge, die kein Element enthält, heißt *leere Menge* und wird mit dem Symbol $\{\ \}$ (oder $\emptyset$) bezeichnet. Zwei Mengen A und B sind gleich, wenn sie dieselben Elemente enthalten. Man schreibt dann $A = B$.

Beispiel

1. Menge der Teilnehmer am Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler
2. Menge der Zahlen 2,3,5,7.
3. Menge der Telefonnummern in Dortmund.

Grundlagen der Mengenlehre

Definition

Als *Menge* bezeichnet man die Zusammenfassung unterschiedlicher Objekte, die *Elemente* genannt werden.

Eine Menge, die kein Element enthält, heißt *leere Menge* und wird mit dem Symbol $\{\ \}$ (oder $\emptyset$) bezeichnet. Zwei Mengen A und B sind gleich, wenn sie dieselben Elemente enthalten. Man schreibt dann $A = B$.

Beispiel

1. Menge der Teilnehmer am Vorkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler
2. Menge der Zahlen 2,3,5,7.
3. Menge der Telefonnummern in Dortmund.

Bezeichnung

Mengen werden in der Regel mit großen Buchstaben, die Elemente mit kleinen Buchstaben bezeichnet.

Notation:

1. $x \in A : x$ ist Element von A.
2. $x \notin A : x$ ist nicht Element von A.

Beschreibung von Mengen

Man kann Mengen entweder in *aufzählender* oder in *beschreibender Form* darstellen.

Aufzählende Form, alle Elemente in beliebiger Reihenfolge zwischen zwei geschweiften Klammern, z. B.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{oder auch} \quad A = \{2, 5, 1, 4, 3\}.$$

Beschreibende Form, Elemente werden mit Hilfe von Aussageformen unter Angabe der Grundmenge spezifiziert, z. B.

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 5\}.$$

Beschreibung von Mengen

Man kann Mengen entweder in *aufzählender* oder in *beschreibender Form* darstellen.

Aufzählende Form, alle Elemente in beliebiger Reihenfolge zwischen zwei geschweiften Klammern, z. B.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{oder auch} \quad A = \{2, 5, 1, 4, 3\}.$$

Beschreibende Form, Elemente werden mit Hilfe von Aussageformen unter Angabe der Grundmenge spezifiziert, z. B.

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 5\}.$$

Beschreibung von Mengen

Man kann Mengen entweder in *aufzählender* oder in *beschreibender Form* darstellen.

Aufzählende Form, alle Elemente in beliebiger Reihenfolge zwischen zwei geschweiften Klammern, z. B.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{oder auch} \quad A = \{2, 5, 1, 4, 3\}\,.$$

Beschreibende Form, Elemente werden mit Hilfe von Aussageformen unter Angabe der Grundmenge spezifiziert, z. B.

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leqslant x \leqslant 5\}\,.$$

Beziehungen zwischen Mengen

Definition (Teilmenge)

$A \subseteq B$ (gesprochen „A ist Teilmenge von B“), wenn jedes Element von A auch Element von B ist, d. h.

$$A \subseteq B \iff (x \in A \Longrightarrow x \in B)$$

Definition (Gleichheit)

Zwei Menge A und B sind gleich, wenn jedes Element in A auch Element in B ist *und* jedes Element in B auch in A ist:

$$A = B \iff A \subseteq B \wedge B \subseteq A \iff (x \in A \Longleftrightarrow x \in B)$$

Beziehungen zwischen Mengen

Definition (Teilmenge)

$A \subseteq B$ (gesprochen „A ist Teilmenge von B“), wenn jedes Element von A auch Element von B ist, d. h.

$$A \subseteq B \iff (x \in A \implies x \in B)$$

Definition (Gleichheit)

Zwei Menge A und B sind gleich, wenn jedes Element in A auch Element in B ist *und* jedes Element in B auch in A ist:

$$A = B \iff A \subseteq B \land B \subseteq A \iff (x \in A \iff x \in B)$$

Definition (Verknüpfungen von Mengen)

Durchschnitt $A \cap B$ alle Elemente, die zu A *und* zu B gehören, d. h.

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}.$$

Ist $A \cap B = \{\ \}$, so heißen A und B *disjunkt*.

Vereinigung $A \cup B$ alle Elemente, die zu A *oder* zu B gehören, d. h.

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}.$$

Definition (Verknüpfungen von Mengen)

Durchschnitt $A \cap B$ alle Elemente, die zu A *und* zu B gehören, d. h.

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}.$$

Ist $A \cap B = \{\ \}$, so heißen A und B *disjunkt*.

Vereinigung $A \cup B$ alle Elemente, die zu A *oder* zu B gehören, d. h.

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}.$$

Definition (Verknüpfungen von Mengen (Teil 2))

Differenzmenge $A \backslash B$ alle Elemente von A, die nicht zu B gehören, d. h.

$$A \backslash B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Komplement $\mathcal{C}(A)$ (bezogen auf eine Grundmenge Ω) alle Elemente der Grundmenge, die nicht zu A gehören, d. h.

$$\mathcal{C}(A) = \{x \in \Omega : x \notin A\} = \Omega \backslash A$$

Definition (Verknüpfungen von Mengen (Teil 2))

Differenzmenge $A \setminus B$ alle Elemente von A, die nicht zu B gehören, d. h.

$$A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Komplement $\mathcal{C}(A)$ (bezogen auf eine Grundmenge Ω) alle Elemente der Grundmenge, die nicht zu A gehören, d. h.

$$\mathcal{C}(A) = \{x \in \Omega : x \notin A\} = \Omega \setminus A$$

Beispiel

Die Grundmenge Ω sei die Menge aller Studierenden an der Bergischen Universität Wuppertal.

- W: Menge aller Studierenden der Wirtschaftswissenschaften
- F: Menge aller weiblichen Studierenden
- M: Menge aller männlichen Studierenden
- S: Menge aller Studierenden, die im Unichor singen
- B: Menge aller Studierenden, die Basketball spielen

Wir überlegen nun, wie die folgenden miteinander verknüpften Mengen beschrieben werden können.

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \setminus W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \setminus (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \setminus S) \cup (W \setminus B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\mathcal{C}(F \cup M)$: Leere Menge

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \setminus W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \setminus (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \setminus S) \cup (W \setminus B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\complement(F \cup M)$: Leere Menge

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \setminus W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \setminus (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \setminus S) \cup (W \setminus B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\mathcal{C}(F \cup M)$: Leere Menge

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \setminus W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \setminus (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \setminus S) \cup (W \setminus B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\mathcal{C}(F \cup M)$: Leere Menge

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \setminus W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \setminus (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \setminus S) \cup (W \setminus B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\mathcal{C}(F \cup M)$: Leere Menge

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \backslash W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \backslash (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \backslash S) \cup (W \backslash B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\mathcal{C}(F \cup M)$: Leere Menge

Beispiel (Fortsetzung)

$\Omega \backslash W$: Alle Studierenden, die nicht Wirtschaftswissenschaften studieren

$W \cup S$: Alle Studierenden, die Wirtschaftswissenschaften studieren oder im Unichor singen

$M \cap B$: Alle männlichen Studierenden, die Basketball spielen

$W \backslash (B \cap S)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$(W \backslash S) \cup (W \backslash B)$: Studierende der Wirtschaftswissenschaften, die nicht sowohl Basketball spielen als auch im Chor singen

$\mathcal{C}(F \cup M)$: Leere Menge

Regeln für die Verknüpfung von Mengen

Kommutativgesetz

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

Assoziativgesetz

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Distributivgesetz

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Regel von De Morgan

$$\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B)$$
$$\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B)$$

Regeln für die Verknüpfung von Mengen

Kommutativgesetz

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

Assoziativgesetz

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Distributivgesetz

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Regel von De Morgan

$$\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B)$$
$$\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B)$$

Regeln für die Verknüpfung von Mengen

Kommutativgesetz

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

Assoziativgesetz

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Distributivgesetz

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Regel von De Morgan

$$\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B)$$
$$\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B)$$

Regeln für die Verknüpfung von Mengen

Kommutativgesetz

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

Assoziativgesetz

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Distributivgesetz

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Regel von De Morgan

$$\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B)$$
$$\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B)$$

Definition

Seien A und B Mengen. Unter dem *Kreuzprodukt* $A \times B$ von A und B versteht man die Menge aller möglichen geordneten Paare (a, b), wobei die erste Komponente aus A und die zweite Komponente aus B ist, d. h.

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}.$$

Beispiel

$$\{1, 2\} \times \{2, 3\} = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$$

Definition

Seien A und B Mengen. Unter dem *Kreuzprodukt* $A \times B$ von A und B versteht man die Menge aller möglichen geordneten Paare (a, b), wobei die erste Komponente aus A und die zweite Komponente aus B ist, d. h.

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}.$$

Beispiel

$$\{1, 2\} \times \{2, 3\} = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$$