

Aufgabe 1.1

Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

a)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 1 \\-4x_2 + 3x_3 + x_4 &= 2 \\-6x_2 + 7x_3 + 2x_4 &= 3 \\2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + x_4 &= 20\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= 4 \\2x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= 2 \\x_2 + (\alpha - 1)x_3 &= 3\end{aligned}$$

in Abhängigkeit eines Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 1.2

Bestimmen Sie den Rang folgender Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & 1 \\ -2 & -6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1.3

a) Überprüfen Sie, ob die folgenden Vektoren linear unabhängig sind:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

b) Bilden \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} eine Basis des \mathbb{R}^3 ?