Mathematik III für Wirtschaftswissenschaftler

8.Übung

Sommersemester 2010

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

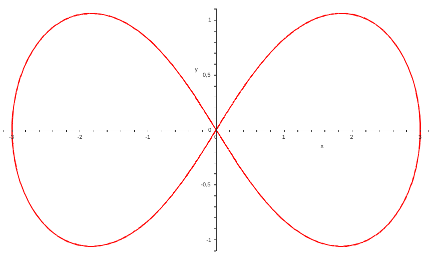
Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom **14. Juni 2010** bis **18. Juni 2010**

Aufgabe 8.1
Die Abbildung unten zeigt die als *Lemniskate* bekannte Kurve. Sie ist gegeben durch die Gleichung

$$\left(x^2 + y^2(x)\right)^2 = a^2\left(x^2 - y^2(x)\right) \qquad \text{für } a > 0.$$

a) Bestimmen Sie die Steigung der Tangente an diese Kurve in allen Punkten (x, y), in denen $y \neq 0$ ist.

b) Bestimmen Sie diejenigen Punkte auf der Kurve, in denen die Tangente parallel zur x-Achse ist.



Aufgabe 8.2
Bestimmen Sie die lineare Approximation der folgenden Funktionen an der Stelle $P(2, 2)$. Berechnen Sie außerdem die Abweichung dieser Tangentialebene vom Wert der ursprünglichen Funktion im Punkt $Q(2.1, 2.1)$.

a) $f(x, y) = \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ **b)** $g(x, y) = \left(x - y^2\right)^2 - 4x^2 y + 1$

Beschreiben Sie bei Teilaufgabe **b)** die Lage der ermittelten Tangentialebene.
Hinweis: Die Abweichung (den Fehler) einer Approximation in einem Punkt bestimmt man durch Auswerten des Betrags der Differenz des Funktionswertes und der Wertes der Approximation an der betreffenden Stelle.

Aufgabe 8.3
Bestimmen Sie das totale Differential der folgenden Funktionen.

a) $f(x, y) = x^3 y - x^2 y^2 + xy^3 + 3y^4$ **b)** $g(x, y) = e^{x-y}\ln((xy)^2)$

Aufgabe 8.4
Berechnen Sie für die folgenden Funktionen die Lage aller stationären Punkte im maximalen Definitionsbereich.

a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x + y + 1$ **b)** $g(x, y) = x^3 + y^3 - 12x^2 - 9y^2 + 256$

c) $h(x, y) = -(x + y)^3 - 12xy$ **d)** $k(x, y) = \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} - 4x + y$

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/mathe3/mathe10.html