Mathematik III für Wirtschaftswissenschaftler

7.Übung

Sommersemester 2010

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom **7. Juni 2010** bis **11. Juni 2010**

Aufgabe 7.1
Bestimmen Sie für folgende implizit definierten Funktionen die (partiellen) Ableitungen erster Ordnung und deren Werte in den angegebenen Stellen.

a) $4\,(y(x))^2 - 5x^2 y(x) = \Big((y(x))^2 + 1\Big)\ln(x) - 1 \quad$ und $\quad x = 1$

b) $\dfrac{x}{y} e^{z(x,y)} = (z(x,y))^2 \cdot \ln(xy) + e \quad$ und $\quad (x,y) = (1,1)$

Aufgabe 7.2
Ein Unternehmen erwirtschaftet aus den beiden "Rohstoffen" Arbeit x und Kapital y einen Ertrag gemäß der Funktion

$$f(x,y) = \sqrt{y^3 + 3x^2 y - \frac{1}{xy}}.$$

a) Bestimmen Sie die Grenzraten der beiden möglichen Substitution in dieser Ertragsfunktion.

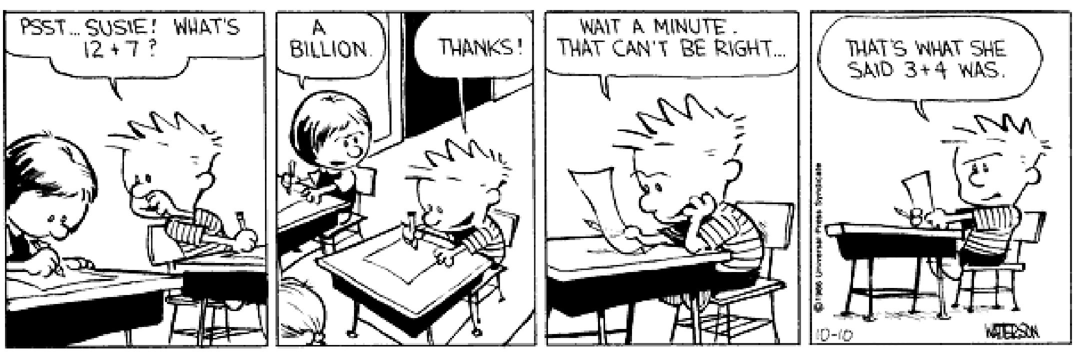
b) Interpretieren Sie die Werte der in **a)** berechneten Grenzraten an den Stellen $(1,1)$ und $(2,1)$ ökonomisch.

Aufgabe 7.3 (Abgabe in den Übungen möglich)
Welche der folgenden Funktionen ist homogen? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grad der Homogenität, falls möglich.

a) $f_1(x,y) = x^3 y - 3x^2 y^2 + 5y^4$ **b)** $f_2(x,y) = x^2 - \dfrac{1}{y^2}$ **c)** $f_3(x,y) = \dfrac{27x^4}{x^2y^2 - y^4} - 1$

d) $f_4(x,y,z) = 1 - (xyz - 1)^2$ **e)** $f_5(x,y,z) = \dfrac{xyz}{(x^2 - yz)^2}$ **f)** $f_6(x_1,\ldots,x_n) = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{x_i^2}{i}$

Aufgabe 7.4
Zeigen Sie am Beispiel der Funktionen $f_1(x,y)$ und $f_3(x,y)$ aus Aufgabe 7.3 exemplarisch die Gültigkeit von Eulers Theorem und der Aussage: "Die partiellen Ableitungen erster Ordnung einer homogenen Funktion vom Grad k sind auch homogene Funktionen vom Grad $k-1$ (unter geeigneten Differenzierbarkeitsvoraussetzungen)."



Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/mathe3/mathe10.html