

**Aufgabe 5.1**

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die partiellen Elastizitäten bezüglich x und y .

a) $f(x, y) = e^{x+y}$ b) $g(x, y) = \frac{xy}{x^4 + y^2}$ c) $h(x, y) = \sqrt{\ln(x^2) + y^2}$

Aufgabe 5.2 (Abgabe in den Übungen möglich)

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen an der Stelle P die Richtung des steilsten Abstiegs sowie den Wert der Richtungsableitung entlang des Vektors \vec{v} . Beachten Sie, dass nicht alle Richtungsvektoren der Definition aus der Vorlesung entsprechen und normieren Sie diese gegebenenfalls.

a) $f(x, y) = \ln(\sqrt[3]{x^2 + y^2})$, $P(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$

b) $g(x, y, z) = \sqrt{\frac{9}{x^2 + ze^y}}$, $P(1, 0, 1)$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c) $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = e^{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}$, $P(2, 4, 6, 8)$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5.3

Skizzieren Sie für folgende Funktionen die Niveaulinie, auf welcher der angegebene Punkt liegt, und den Gradienten in diesem Punkt.

a) $f(x, y) = 3x + 2y$, $P_1(1, 1)$ b) $g(x, y) = \frac{x}{y^2}$, $P_2(1, -1)$ c) $h(x, y) = x^2 + y^2$, $P_3(-3, 4)$

Aufgabe 5.4

Es sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x, y) = \ln(y - 1 - x^2) - xy^2$ gegeben.

a) Bestimmen Sie die Richtung des steilsten Anstiegs von f an der Stelle $P(2, 6)$.

b) Welchen Wert nimmt die Richtungsableitung von f an der Stelle $Q(1, 3)$ in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ an?

c) Bestimmen Sie die Hessematrix von $f(x, y)$.

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

<http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/mathe3/mathe10.html>