
Mathematik III für Wirtschaftswissenschaftler

5. Übung

Sommersemester 2010



Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom 17. Mai 2010 bis 21. Mai 2010

Aufgabe 5.1

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die partiellen Elastizitäten bezüglich x und y .

$$\mathbf{a)} \ f(x,y) = e^{x+y} \quad \mathbf{b)} \ g(x,y) = \frac{xy}{x^4 + y^2} \quad \mathbf{c)} \ h(x,y) = \sqrt{\ln(x^2) + y^2}$$

Aufgabe 5.2 (Abgabe in den Übungen möglich)

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen an der Stelle P die Richtung des steilsten Abstiegs sowie den Wert der Richtungsableitung entlang des Vektors \vec{v} . Beachten Sie, dass nicht alle Richtungsvektoren der Definition aus der Vorlesung entsprechen und normieren Sie diese gegebenenfalls.

$$\begin{aligned} \mathbf{a)} \ f(x,y) &= \ln\left(\sqrt[3]{x^2 + y^2}\right), \quad P(\sqrt{2}, \sqrt{2}) \quad \text{und} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \\ \mathbf{b)} \ g(x,y,z) &= \sqrt{\frac{9}{x^2 + ze^y}}, \quad P(1, 0, 1) \quad \text{und} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ \mathbf{c)} \ h(x_1, x_2, x_3, x_4) &= e^{x_1+x_2+x_3+x_4}, \quad P(2, 4, 6, 8) \quad \text{und} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aufgabe 5.3

Skizzieren Sie für folgende Funktionen die Niveaulinie, auf welcher der angegebene Punkt liegt, und den Gradienten in diesem Punkt.

$$\mathbf{a)} \ f(x,y) = 3x + 2y, \quad P_1(1,1) \quad \mathbf{b)} \ g(x,y) = \frac{x}{y^2}, \quad P_2(1,-1) \quad \mathbf{c)} \ h(x,y) = x^2 + y^2, \quad P_3(-3,4)$$

Aufgabe 5.4

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x,y) = \ln(y - 1 - x^2) - xy^2$ gegeben.

- Bestimmen Sie die Richtung des steilsten Anstiegs von f an der Stelle $P(2,6)$.
- Welchen Wert nimmt die Richtungsableitung von f an der Stelle $Q(1,3)$ in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ an?
- Bestimmen Sie die Hessematrix von $f(x,y)$.

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

<http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/mathe3/mathe10.html>