
Mathematik I & II für Wirtschaftswissenschaftler

Wiederholungsaufgaben

Wintersemester 2009/10



Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich ausschließlich um Übungsaufgaben, die Sie während der vorlesungsfreien Zeit über den Jahreswechsel bearbeiten und lösen sollten. Die Aufgaben werden nicht in den Tutorien besprochen. Es besteht jedoch die Möglichkeit, dass Sie die von Ihnen bearbeiteten Aufgaben zur Korrektur im Tutorium abgeben. Ihre Lösungsvorschläge erhalten Sie dann im Laufe der nächsten Wochen korrigiert zurück. Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Abgabe mit Ihrem Namen und der zugehörigen Übungsgruppe versehen ist. Abgabetermin ist die erste Vorlesungswoche des neuen Jahres in den Tutorien.

Aufgabe 1

Vier Industrieunternehmen B_1, B_2, B_3 und B_4 leiten ihre Abwässer in einen See. Eine Messung ergibt eine Belastung des Sees durch vier Schadstoffe mit den folgenden Mengen: $S_1 = 17\text{kg}$, $S_2 = 17\text{kg}$, $S_3 = 22\text{kg}$ und $S_4 = 24\text{kg}$. Die Betriebe geben die relative Belastung ihrer Abwässer gemäß der folgenden Tabelle an:

	S_1	S_2	S_3	S_4
B_1	0.1	0.3	0.2	0.4
B_2	0.2	0.2	0.4	0.2
B_3	0.4	0.0	0.4	0.2
B_4	0.5	0.1	0.2	0.2

(d.h. von der Gesamtschadstoffemission des Betriebs B_1 entfallen 10% auf Schadstoff S_1 , 30% auf Schadstoff S_2 etc.)

Bestimmen Sie für die einzelnen Firmen jeweils die in den See abgeleitete Gesamtschadstoffmenge.

Aufgabe 2

Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist

$$\det \begin{pmatrix} 2 - \lambda & 3 & 6 \\ -2 & -3 - \lambda & -8 \\ 1 & 1 & 3 - \lambda \end{pmatrix} = 0?$$

Zeigen Sie, dass für diese λ ein Vektor $\vec{v}^T = (v_1, v_2, v_3)$ existiert, der folgendes lineares Gleichungssystem löst:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ -2 & -3 & -8 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \vec{v} = \lambda \vec{v}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \\ -1 & 6 & 0 & 5 & 8 \\ -2 & 3 & -5 & -4 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 5}.$$

Bitte wenden!

Aufgabe 4

Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $f: \mathbb{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} 2x + x^2 & \text{für } x \in [0, 1], \\ ax - x^3 + x & \text{für } x \in (1, 2), \\ \frac{b(x^{5-a} - x - 1)}{x^2 + 1} & \text{für } x \in [2, 3], \end{cases}$$

auf $\mathbb{D}_f = [0, 3]$ stetig ist.

Aufgabe 5

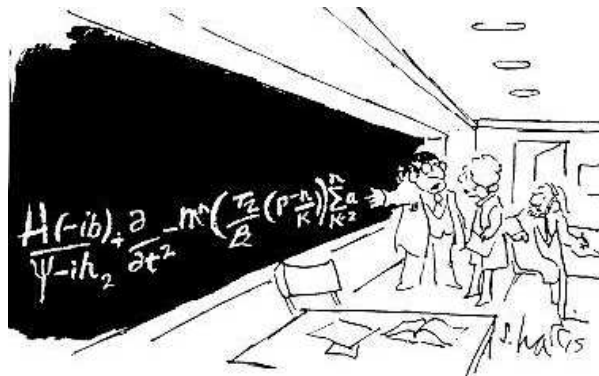
Der Preis, den eine Firma aus der Produktion und dem Verkauf von T Einheiten eines Gutes erzielt, ist $P = 101 - 3T$ pro Einheit, während sich die Kosten bei der Produktion von T Einheiten auf insgesamt $C = 3T + \frac{1}{2}T^2$ belaufen.

- Bestimmen Sie die Gewinn-Funktion G und den Wert von T , für den G maximal wird.
- Vom Staat wird eine feste Abgabe in Höhe s pro produzierter Einheit erhoben. Wie hoch darf diese Abgabe maximal sein, damit das Unternehmen durch die Produktion des Gutes noch Gewinn erzielt?
- Was ändert sich an der Bestimmung des Maximalwerts von T , wenn angenommen wird, dass nur ganze Einheiten des Gutes hergestellt werden können, und der erzielte Preis aus der Produktion von T Einheiten durch die Funktion $P = 97 - 3T$ pro Einheit beschrieben wird?

Aufgabe 6

Gegeben sei die Funktion $f: x \mapsto \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9}$ mit maximalem Definitionsbereich \mathbb{D}_f .

- Geben Sie den maximalen Definitionsbereich \mathbb{D}_f , die Nullstellen von f und das Symmetrieverhalten von f an.
- Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs und geben Sie die Asymptoten an den Graphen von f an.
- Bestimmen Sie die Art und Lage aller Extrempunkte von f .
- Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von f .
- Berechnen Sie $f(2.5)$ sowie $f(4)$ und skizzieren Sie den Graphen von f und seine Asymptoten unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse im Bereich $-7 \leq x \leq 7$.



"But this is the simplified version for the general public!"

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

<http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/index.html>