Mathematik I & II für Wirtschaftswissenschaftler

9. Übung

Wintersemester 2009/10

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom **4. Januar 2010** bis **8. Januar 2010**

Aufgabe 9.1
Es seien die Punkte $P(2,3)$, $Q(5,7)$ und $A(-13,-17)$ gegeben, sowie $\vec{x}^\top = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{\vec{0}\}$.

a) Zeigen Sie, dass der Vektor $\vec{y}^\top = (-x_2, x_1)$ senkrecht auf dem Vektor $\vec{x}$ steht.

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden G durch die Punkte P und Q in Parameterform.

c) Zeigen Sie, dass A auf G liegt, und bestimmen Sie die Normale zu G durch A in Parameterform.

Aufgabe 9.2
Gegeben seien die drei Punkte $P(-1,0,1)$, $Q(3,2,1)$ und $R(7,1,-4)$. Bestimmen Sie die Parameterform derjenigen Ebene E, in der die drei Punkte P, Q und R liegen. Liegt der Punkt $A(11,3,-3)$ ebenfalls in der Ebene E?

Aufgabe 9.3
Bestimmen Sie jeweils den Rang der Matrizen:

$$\textbf{a)}\ A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}, \quad \textbf{b)}\ B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 4 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

Aufgabe 9.4
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{8x}{x^2+4}$ mit ihrer maximalen Definitionsmenge.

a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge von f und begründen Sie, warum f im Intervall $I = [-2,2]$ umkehrbar ist.

b) Es bezeichne $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ y \mapsto g(y)$ die Umkehrfunktion von f auf dem Intervall I. Bestimmen Sie den Wert der ersten Ableitung von g an der Stelle $y = \frac{8}{5}$.

Aufgabe 9.5
Bestimmen Sie die globalen Extrema der Funktion $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ auf dem Intervall $I = [-\frac{1}{2}, 2]$.

Aufgabe 9.6
Differenzieren Sie die folgenden Funktionen auf ihrem jeweiligen Definitionsbereich.

a) $f(x) = 10^x + x^{10}$ b) $f(x) = \log_{49}(x^2 - 2x + 7)$

c) $f(x) = \left(x^3 + x^2 + x + \pi\right)^x$ d) $f(x) = x^{\left(x^3+x^2+x+\pi\right)}$

Tip: Verwenden Sie die Darstellung $a^x = e^{x \cdot \ln(a)}$.

Wir wünschen Ihnen Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Jahr 2010!