Mathematik I & II für Wirtschaftswissenschaftler

4. Übung

Wintersemester 2009/10

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom **16. November 2009** bis **20. November 2009**

Aufgabe 4.1 (Abgabe in den Übungen möglich)
Bestimmen Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen:

a) $f_1(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ **b)** $f_2(x) = \ln(x^3 - 2x^2 - 3x)$ **c)** $f_3(x) = \ln(\ln(3-x))$

Aufgabe 4.2
Gegeben seien die folgenden Funktionen $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = x^2$ und $h(x) = \sqrt[3]{x+7}$ mit ihren maximalen Definitionsbereichen. Bestimmen Sie die Funktionsterme und die Definitionsmengen der folgenden Funktionen:

a) $f_1(x) = f(g(h(x)))$, **b)** $f_2(x) = h(g(f(x)))$, **c)** $f_3(x) = g((f+h)(x))$.

Aufgabe 4.3
Schreiben Sie die folgenden Funktionen als Komposition bzw. Summe oder Differenz der elementaren Funktionen $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln(x)$ und $h_n(x) = x^n$, wobei $n \in \mathbb{R}$.

a) $f_1(x) = e^{\sqrt{x^3+1}}$, **b)** $f_2(x) = \ln(x^2 - e^{\frac{1}{x^5}})$.

Aufgabe 4.4
Für welche Parameterwerte $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ besitzt das folgende lineare Gleichungssystem keine bzw. genau eine bzw. unendlich viele Lösungen? Man gebe stets auch die Lösungsmenge in Abhängigkeit von α und β an.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & \beta \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & + & \alpha\, x_4 & = & 0 \end{array}$$

Aufgabe 4.5
Wir betrachten ein Input-Output-Modell mit den den drei Sektoren *Schwerindustrie, Leichtindustrie* und *Landwirtschaft.* Wir nehmen an, dass die Inputanforderungen durch folgende Tabelle gegeben sind:

	Schwerindustrie	Leichtindustrie	Landwirtschaft
Einheiten der Schwerindustriegüter	$a_{11} = 0.5$	$a_{12} = 0.25$	$a_{13} = 0.3$
Einheiten der Leichtindustriegüter	$a_{21} = 0.3$	$a_{22} = 0.2$	$a_{23} = 0.1$
Einheiten der Landwirtschaftsgüter	$a_{31} = 0.2$	$a_{32} = 0.3$	$a_{33} = 0.2$

Wir nehmen an, dass die Endnachfragen für die drei Güter $b_1 = 44$, $b_2 = 132$ und $b_3 = 88$ sind. Es seien x_1, x_2 und x_3 die Anzahl der Einheiten, die in den drei Sektoren produziert werden müssen.

a) Stellen Sie das Leontief-Modell für das gegebene Problem auf.

b) Lösen Sie das Leontief-System mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:
http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwimat/wiwimat.html