

**Aufgabe 13.1**

Berechnen Sie die folgenden unbestimmte Integrale mit Hilfe mit partieller Integration bzw. durch eine geeignete Substitution.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int x \cdot (3x^2 + 7)^{42} dx & \text{b)} \int \frac{6x^2 - 8x + 2}{x^3 - 2x^2 + x + 30} dx & \text{c)} \int 3x^2 \cdot e^{x^3+4} dx \\ \text{d)} \int x^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{\sqrt{x}} dx & \text{e)} \int x^2 \cdot \ln(x) dx & \text{f)} \int x^a \cdot \ln(x) dx, a \neq -1 \\ \text{g)} \int \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx & \text{h)} \int x^5 \cdot \sqrt{4-x^3} dx & \text{i)} \int \frac{x^3}{(1+x^2)^3} dx \end{array}$$

Betrachten Sie diese Aufgabe bitte als "Gehirnjogging" zum Einüben der Integrationsregeln. Da nicht alle Teilaufgaben in den Tutorien besprochen werden können, werden wir die Ergebnisse online stellen. Es ist wichtig, dass Sie **vorher** diese Ergebnisse **selbst** versuchen zu ermitteln.

Aufgabe 13.2

Bestimmen Sie die Werte der folgenden bestimmten Integrale.

$$\text{a)} \int_1^2 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{12}{x^4} \right) dx, \quad \text{b)} \int_{-2}^2 |x+1| dx, \quad \text{c)} \int_0^1 x \cdot \sqrt{x+1} dx, \quad \text{d)} \int_{-1}^2 x^2 \cdot e^{-x} dx.$$

Aufgabe 13.3

In dieser Aufgabe geht es um quadratische Formen.

a) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Bestimmen Sie die dazugehörige quadratische Form $q(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x}$.

b) Gegeben sei die quadratische Form

$$q(\vec{x}) = 7x_1^2 + 6x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

Bestimmen Sie eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, so dass $q(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x}$.

Aufgabe 13.4

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit der Definitheit von Matrizen.

a) Zeigen Sie, dass die folgende Matrix positiv definit ist:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

b) Für welche Wahl des Parameters $a \in \mathbb{R}$ ist die folgende Matrix positiv bzw. negativ definit?

$$B_a = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Geben Sie auch einen Parameter $a \in \mathbb{R}$ an, für den die Matrix B_a indefinit ist.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei den anstehenden Klausuren!



Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

<http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwimat/wiwimat.html>