

**12. Übung**

Wintersemester 2009/10

Bergische Universität Wuppertal

Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation

Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom 25. Januar 2010 bis 29. Januar 2010

Aufgabe 12.1

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Bestimmen Sie das charakteristische Polynom, die Determinante, alle Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren von A . Ist A diagonalisierbar?**Aufgabe 12.2**

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- Begründen Sie, ohne Rechnung, warum die Matrix A diagonalisierbar ist.
- Bestimmen Sie die Transformationsmatrix R sowie R^{-1} , so dass $R^{-1}AR = D$, mit einer Diagonalmatrix D .

Aufgabe 12.3

Zeigen Sie durch eine geeignete Rechnung, dass

- $\int 2x \cdot \ln(x^2 + a^2) dx = (x^2 + a^2) \ln(x^2 + a^2) - x^2 + C.$
- $\int \sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$

Aufgabe 12.4 (Abgabe in den Übungen möglich)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\int (2x^2 - 7x + 1) dx$ | b) $\int \left(\frac{1}{4}t^5 + \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 \right) dt$ | c) $\int \left(\sqrt{w} + \sqrt[3]{w} + \frac{1}{\sqrt[5]{w}} \right) dw$ |
| d) $\int x \sqrt{x} dx$ | e) $\int \sqrt{x} \sqrt{x} dx$ | f) $\int \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} dx$ |
| g) $\int \frac{y^3 - 3y + 4}{y} dy$ | h) $\int \frac{(z-2)^2}{\sqrt{z}} dz$ | i) $\int \left(\frac{1}{2}x + 7 \right)^{3000} dx$ |
| j) $\int 4 \cdot e^{-2x + \frac{1}{2}} dx$ | k) $\int e^t (e^t - 1) dt$ | l) $\int \frac{1}{e \cdot v + 5} dv$ |
| m) $\int \ln(3t + 1) dt$ | n) $\int \left(\frac{1}{2}e^{2x} - 2x \right) dx$ | o) $\int (ab + (bc)^2 + (ac)^3) da.$ |

Betrachten Sie diese Aufgabe bitte als "Gehirnjogging" zum Einüben der Integrationsregeln. Da nicht alle Teilaufgaben in den Tutorien besprochen werden können, werden wir eine Liste mit den **Ergebnissen** online stellen. Es ist wichtig, dass Sie **vorher** diese Ergebnisse **selbst** versuchen zu ermitteln.

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:<http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/index.html>