



**Aufgabe 11.1** (Abgabe in den Übungen möglich)

Für  $t \in \mathbb{R}$  sei die Matrix

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & t \\ 0 & -t & -2 \end{pmatrix}$$

gegeben.

- Berechnen Sie die Determinante von  $A_t$ .
- Bestimmen Sie den Rang von  $A_t$  in Abhängigkeit vom Wert des Parameters  $t$ .
- Sei nun  $t = 2$ . Weisen Sie nach, dass das charakteristische Polynom  $p(\lambda)$  von  $A_2$  durch

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 2\lambda,$$

gegeben ist, und bestimmen Sie alle Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenvektoren von  $A_2$ .

**Aufgabe 11.2**

Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 7 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 7 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 8 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 6 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

Bestimmen Sie alle Eigenwerte von  $A$ . Geben Sie auch die zugehörigen Eigenvektoren an.

**Aufgabe 11.3**

Seien  $f, g$  differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Regeln für Elastizitäten.

$$\text{a) } \text{El}_x \left( \frac{f}{g} \right) (x) = \text{El}_x f(x) - \text{El}_x g(x) \quad \text{b) } \text{El}_x (f(x))^p = p \cdot \text{El}_x f(x), \text{ für } p \neq 0.$$

**Aufgabe 11.4**

Bestimmen Sie für die Funktion  $f(x) = (1+x)^m$  die lineare und quadratische Approximation um  $x_0 = 0$ .

Verwenden Sie sowohl die lineare als auch die quadratische Approximation, um näherungsweise

$$\text{a) } \sqrt[5]{1.1} \quad \text{b) } (0.98)^{25} \quad \text{c) } \sqrt{37}$$

zu berechnen, und vergleichen Sie die Ergebnisse mit Taschenrechnerwerten.

### Aufgabe 11.5

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(5 - x^2)$  mit ihrer maximal möglichen Definitionsmenge  $\mathbb{D}_f$ .

- Bestimmen Sie die Definitionsmenge  $\mathbb{D}_f$ , sämtliche Nullstellen, sowie das Symmetrieverhalten von  $f$ .
- Bestimmen Sie das Monotonie-Verhalten von  $f$ , untersuchen Sie  $f$  auf lokale Extremalstellen und berechnen Sie deren Koordinaten. Geben Sie dabei jeweils an, ob es sich um ein lokales Minimum bzw. Maximum handelt.
- Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten von  $f$ . Besitzt  $f$  Wendepunkte? Wenn ja, geben Sie deren Koordinaten an.



*Bemerkung:* Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

<http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/index.html>