Mathematik I & II für Wirtschaftswissenschaftler

10. Übung

Wintersemester 2009/10

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Fachgruppe Mathematik, Arbeitsgruppe Optimierung und Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, Dipl. Math. J. Gorski, Dipl. Math. M. Wagner

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom **11. Januar 2010** bis **15. Januar 2010**

Aufgabe 10.1
Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & \lambda \\ 0 & 2 & \mu \\ 2 & -4 & 4 \end{pmatrix}, \ \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

a) Für welche λ und μ ist die Matrix A invertierbar?

b) Bestimmen Sie λ und μ so, dass

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

die zu A inverse Matrix ist.

Aufgabe 10.2
Bestimmen Sie die Inversen der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 10.3
Untersuchen Sie, ob folgende Matrizen invertierbar sind.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 0 & 9 \\ 2 & 4 & 1 & 12 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 10.4
Man bestimme die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der Regeln von l'Hospital:

$$\textbf{a)} \lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1}, \qquad \textbf{b)} \lim_{x \to \infty} \frac{1}{(x-1)^2} \ln\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

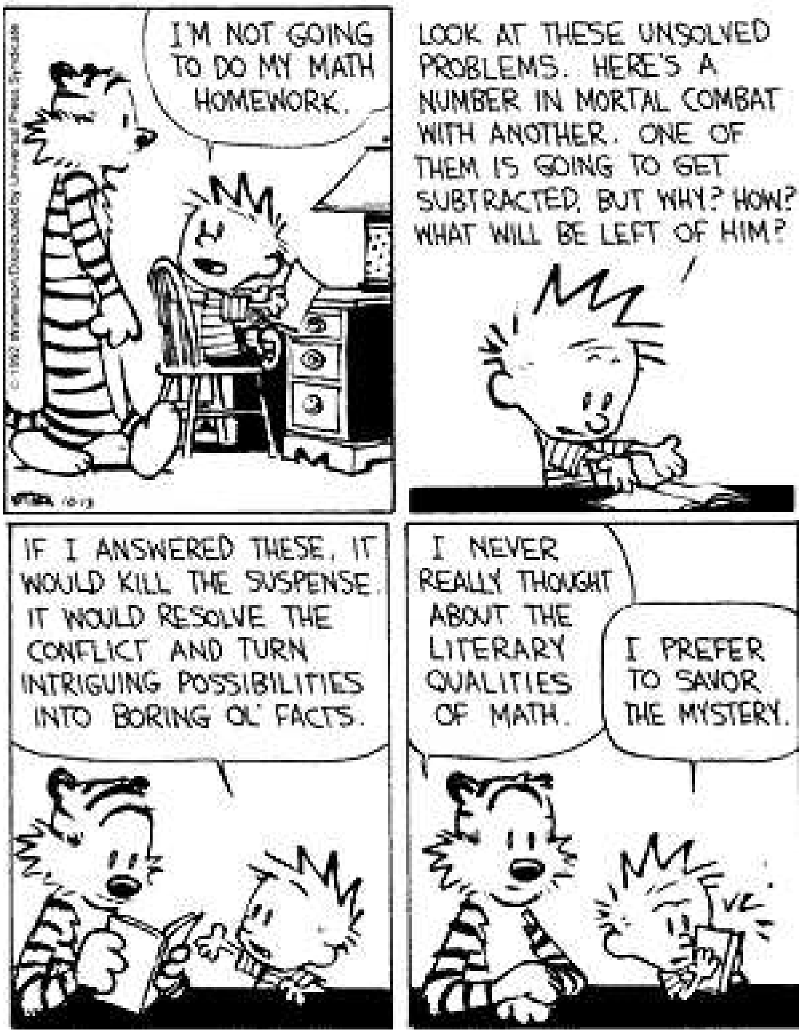
Aufgabe 10.5 (Abgabe in den Übungen möglich)
Es sei die Funktion f mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-x^2} - 1 + x^2}{x^2} & , \text{ für } x < 0, \\ \ln(x+a) & , \text{ für } x \geq 0, \end{cases}$$

wobei $a > 0$ ein Parameter ist. Warum ist f stetig in allen Punkten $x \neq 0$? Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion f auf ganz $\mathbb{R}$ stetig ist.

Aufgabe 10.6
Man bestimme zu folgenden Funktionen die Definitionsmenge, sämtliche Nullstellen, sowie alle Extrem- und Wendepunkte. Man entscheide, ob jeweils lokale oder globale Extrempunkte vorliegen.

$$\textbf{a)}\ f(x) = e^{2x} - 4e^x, \quad \textbf{b)}\ g(x) = x^4 \cdot \ln(x), \quad \textbf{c)}\ h(t) = \sqrt{t} - \frac{1}{2}t.$$



Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zum Tutorium finden Sie im Internet unter:

http://www.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/index.html