



Sommersemester 2015, 4. Übungsblatt

---

**Aufgabe 4.1**

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\dot{y} = -ty + t^3 y^3. \quad (1)$$

Dies ist eine nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung vom sogenannten Bernoulli-Typ.

Teilen Sie beide Seiten (1) durch  $y^3$  und zeigen Sie, dass sich (1) dann mit Hilfe der Substitution  $z = \frac{1}{y^2}$  in die lineare Differentialgleichung

$$\dot{z} = 2tz - 2t^3 \quad (2)$$

überführen lässt.

Lösen Sie (2). Wie lautet dann die allgemeine Lösung für (1)?

**Aufgabe 4.2**

Skizzieren Sie das Phasendiagramm der folgenden Differentialgleichungen, bestimmen Sie daraus die Gleichgewichtspunkte und untersuchen Sie diese auf globale bzw. lokale asymptotische Stabilität.

$$(a) \dot{y} = y - 1 \quad (b) \dot{y} + 2y = 24 \quad (c) \dot{y} = y^2 - 9$$

**Aufgabe 4.3**

Berechnen Sie die Gleichgewichtspunkte folgender Differentialgleichungen und untersuchen Sie diese auf globale bzw. lokale asymptotische Stabilität.

$$(a) \dot{y} = y^3 + y^2 - y - 1 \quad (b) \dot{y} = 3y^2 + 1 \quad (c) \dot{y} = ye^y \quad (d) \dot{y} = \sin(y)$$

**Aufgabe 4.4**

Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$\dot{y} = \frac{1}{2}(y^2 - 1), \quad y(0) = y_0.$$

- a) Lösen Sie das Anfangswertproblem und zeichnen Sie einige Lösungskurven in der  $ty$ -Ebene. Auf welchen Intervallen existieren die Lösungen abhängig vom Anfangswert  $y_0$ ?

*Hinweis:* Es gilt:

$$\frac{1}{y^2 - 1} = \frac{1}{y - 1} - \frac{1}{y + 1}.$$

- b) Zeichnen Sie das Phasendiagramm dieser DGL. Finden Sie die beiden Gleichgewichtspunkte und prüfen Sie, ob diese asymptotisch stabil sind.

**Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, 29.04.2015, Fach 17, Ebene D.13. Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu der Übung finden Sie im Internet unter:**

<http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/master/mathemaster.html>