Grundzüge der Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

9. Übung

Wintersemester 2014/15

Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften, Arbeitsgruppe Optimierung & Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, T. Schnepper M.Sc., M. Milano M.Sc.

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom 15. bis 21. Dezember 2014

Aufgabe 9.1
Geben Sie den Definitionsbereich folgender Funktionen an und bestimmen Sie die erste Ableitung auf dem Definitionsbereich.

a) $f(x) = x^4 - \frac{1}{5}x^5 + x - 5$ b) $f(t) = t^4 e^{-3t}$ c) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$

d) $f(x) = \sqrt[7]{2x^2 + 1}$ e) $f(x) = 5\,\mathrm{e}^{x^3 - 4x}$ f) $f(x) = \ln\ln(x^4 + 1)$

Aufgabe 9.2
Bestimmen Sie für jede der folgenden Funktionen den Definitionsbereich und diejenigen Intervalle, in denen die Funktion monoton wachsend und diejenigen Intervalle, in denen die Funktion monoton fallend ist.

a) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + x - 2}$ b) $g(x) = \ln(x^2 + 2)$

Aufgabe 9.3
Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen die Definitionsmenge, sämtliche Nullstellen, sowie alle lokalen Extrempunkte.

a) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$ b) $h(t) = e^{t^3} t^2$

Aufgabe 9.4
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{D}_f \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(6 - x^6)$ mit ihrer maximal möglichen Definitionsmenge $\mathbb{D}_f$.

a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge $\mathbb{D}_f$, sämtliche Nullstellen, sowie das Symmetrieverhalten von f.

b) Bestimmen Sie das Monotonie-Verhalten von f, untersuchen Sie f auf lokale Extremalstellen. Geben Sie dabei jeweils an, ob es sich um ein lokales Minimum bzw. Maximum handelt.

c) Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten von f.

Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet unter:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/grundzuege/mathe15.html

Zusatzaufgabe

Die folgende Aufgabe dient zum Üben und wird nicht in den Übungen besprochen. Eine Liste mit Endergebnissen wird zu einem späteren Zeitpunkt nachgereicht.
Differenzieren Sie die folgenden Funktionen auf ihrem jeweiligen Definitionsbereich.

a) $f(x) = 2x^4 - \frac{1}{8}x^5 + 5$
b) $f(t) = \sqrt[5]{t} - \frac{1}{\sqrt[3]{t}}$
c) $f(s) = 8s^4 \cdot \mathrm{e}^{s}$
d) $f(z) = \left(\frac{1}{2}z^3 - \sqrt{z}\right) \ln z$
e) $f(x) = x^{-1}(x^2 + 1)\sqrt{x}$
f) $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$
g) $f(x) = (3x+1)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right)$
h) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2}$
i) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2+1)^2}$
j) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$
k) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 7\right)^{100}$
l) $f(x) = \sqrt[7]{3x+1}$
m) $f(t) = 4\left(\frac{1}{2}t^2 + \sqrt{t}\right)^{70}$
n) $f(x) = \sqrt{\ln(2x + 0.5)}$
o) $f(x) = 5\,\mathrm{e}^{x^2 - 2x + 1}$
p) $f(x) = \ln(\sqrt[3]{x}) + 2$
q) $f(x) = \ln\ln(x^2 - 1)$
r) $f(t) = t^4 \cdot \mathrm{e}^{-3t}$
s) $f(p) = p \cdot \ln p$
t) $f(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt[4]{3x+1}}$
u) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet unter:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/grundzuege/mathe15.html