Bergische Universität Wuppertal, Fachbereich C (Mathematik)
Prof. Dr. Margareta Heilmann
Mathematik für Sicherheitstechniker (Master)

Sommersemester 2014, 10. Übungsblatt

Aufgabe 10.1

Die Fouriertransformierte der Gauß-Funktion (vgl. Vorlesung) $x_1(t) = e^{-t^2}$ ist durch

$$X_1(\omega) = \sqrt{\pi} e^{-\omega^2/4}$$

gegeben.

a) Bestimmen Sie daraus die Fouriertransformierte von

$$x_\gamma(t) = \frac{1}{\gamma} e^{-(t/\gamma)^2}, \quad \gamma > 0\,.$$

b) Berechnen Sie die Faltung von $x_\gamma(t)$ mit

$$x_\delta(t) = \frac{1}{\delta} e^{-(t/\delta)^2}, \quad \delta > 0\,.$$

Aufgabe 10.2

Berechnen Sie die Fouriertransformierte von

$$x(t) = \begin{cases} \cos\frac{t}{2} & , \quad -\pi \le t \le \pi \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} .$$

Bestimmen Sie daraus mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Rechenregeln die Fouriertransformierten von

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \begin{cases} |\cos\frac{t}{2}| & , \quad \pi \le t \le 3\pi \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} , \\ x_2(t) &= \begin{cases} |\cos\frac{t}{2}| & , \quad -3\pi \le t \le 3\pi \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} , \\ x_3(t) &= \begin{cases} |\cos\frac{t}{2}| & , \quad -(2k+1)\pi \le t \le (2k+1)\pi \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} , \quad k \in \mathbb{N}\,. \end{aligned}$$

Hinweis: Machen Sie sich zunächst mit Hilfe von Skizzen den jeweiligen Funktionsverlauf klar.

Aufgabe 10.3

a) Zeigen Sie: Ist $X(\omega)$ die Fouriertransformierte von $x(t)$, so ist $x(-\omega)$ die Fouriertransformierte von $\frac{1}{2\pi}X(t)$.

b) Verwenden Sie den ersten Aufgabenteil und ein entsprechendes Ergebnis der Vorlesung, um zu

$$x_1(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2}{1+t^2}$$

die Fouriertransformierte $X_1(\omega)$ zu bestimmen.

c) Bestimmen Sie daraus mit Hilfe des Skalierungssatzes die Fouriertransformierte von

$$x_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\alpha}{\alpha^2 + t^2}\,, \quad \alpha > 0\,.$$

d) Berechnen Sie die Faltung von $x_\alpha(t)$ mit

$$x_\beta(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\beta}{\beta^2 + t^2}\,, \quad \beta > 0\,.$$

Abgabe der Lösungen bis Montag, 23. Juni 2014, 15 Uhr,
Gruppe 1, Fach 14, Ebene D.13., Gruppe 2, Fach 65, Ebene D.13.

Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet:
http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/site/mathemaster.html