Bergische Universität Wuppertal, Fachbereich C (Mathematik)
Prof. Dr. Margareta Heilmann
Mathematik für Sicherheitstechniker (Master)

Sommersemester 2014, 5. Übungsblatt

Aufgabe 5.1

Gegeben seien die folgenden Funktionen.

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & , \quad 0 \le t \le \pi \\ 0 & , \quad \pi < t < 2\pi \end{cases}$$

und

$$x_2(t) = \begin{cases} \sin t & , \quad 0 \le t \le \pi \\ 0 & , \quad \pi < t < 2\pi \end{cases} ,$$

wobei x_1 und x_2 jeweils 2π-periodisch fortgesetzt werden.

a) Skizzieren Sie die angegebenen Funktionen.

b) Bestimmen Sie jeweils die komplexe Form der Fourierreihe.
Hinweis: Benutzen Sie die Darstellung $\sin t = \frac{1}{2j}(\,\mathrm{e}^{\,jt} - \mathrm{e}^{\,-jt})$ für die Sinusfunktion.

c) Berechnen Sie aus den komplexen Fourierkoeffizienten c_n die reellen Koeffizienten a_n und b_n.

d) Bestimmen Sie mit Hilfe geeigneter Rechenregeln aus der Lösung für die zweite Funktion die Fourierreihe von

$$x_3(t) = \begin{cases} \cos t & , \quad 0 \le t \le \pi \\ 0 & , \quad \pi < t < 2\pi \end{cases} .$$

Aufgabe 5.2

Sei

$$x(t) = \sum_{k=M}^{N} \gamma_k \mathrm{e}^{jkt} , \quad M,\, N \in \mathbb{Z},\, M \le N ,$$

ein trigonometrisches Polynom.
Zeigen Sie, dass für die Fourierkoeffizienten c_k von $x(t)$ gilt:

$$c_k = \begin{cases} \gamma_k & , \quad M \le k \le N \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} .$$

Welche Bedeutung hat diese Aussage? Ist Ihnen ein entsprechender Zusammenhang aus dem Kapitel Taylorreihen bekannt?

Aufgabe 5.3

a) Berechnen Sie die Fourierreihe von $x(t) = |\sin t|$, $t \in \mathbb{R}$.

b) Wie läßt sich daraus die Fourierreihe von

$$\tilde{x}(t) = \begin{cases} \sin t & , \quad 0 \le t \le \pi \\ 0 & , \quad \pi < t < 2\pi \end{cases} , \quad \tilde{x}(t)\; 2\pi\text{-periodisch}$$

bestimmen?

Abgabe der Lösungen bis Montag, 12. Mai 2014, 15 Uhr,
Gruppe 1, Fach 14, Ebene D.13., Gruppe 2, Fach 65, Ebene D.13.

Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet:
http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/site/mathemaster.html