Bergische Universität Wuppertal, Fachbereich C (Mathematik)
Prof. Dr. Margareta Heilmann
Mathematik für Sicherheitstechniker (Master)

Sommersemester 2014, 3. Übungsblatt

Aufgabe 3.1
Gegeben sei das trigonometrische Polynom zweiten Grades

$$p(t) = 1 + 4\cos t + 3\sin t - 2\cos(2t) + A\sin(2t)\,.$$

a) Bestimmen sie A so, dass

$$p(\frac{\pi}{6}) = \frac{3}{2}$$

gilt.
b) Geben Sie $p(t)$ in der Form

$$p(t) = c_0 + c_1\,\mathrm{e}^{jt} + c_{-1}\,\mathrm{e}^{-jt} + c_2\,\mathrm{e}^{2jt} + c_{-2}\,\mathrm{e}^{-2jt}$$

mit geeigneten Koeffizienten aus $\mathbb{C}$ an. Die Koeffizienten sollen in der kartesischen Form, d. h. in der Form $a + bj$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ bestimmt werden.

Aufgabe 3.2
Gegeben sei das trigonometrische Polynom zweiten Grades

$$p(t) = A\,\mathrm{e}^{jt} + B\,\mathrm{e}^{-2jt}\,.$$

Bestimmen Sie die Koeffizienten A und B aus $\mathbb{C}$ so, dass

$$p(\pi/2) = 1 \text{ und } p'(\pi/2) = 0$$

erfüllt ist.

Aufgabe 3.3
Sei $g(t) = t^2$, $t \in [0, 1)$.

a) Skizzieren Sie die Funktion $g(t)$.

b) Skizzieren Sie die direkte Fortsetzung von $g(t)$ und geben Sie verschiedene Möglichkeiten für die Funktionsvorschrift an.

c) Skizzieren Sie die gerade Fortsetzung von $g(t)$ und geben Sie verschiedene Möglichkeiten für die Funktionsvorschrift an.

d) Skizzieren Sie die ungerade Fortsetzung von $g(t)$ und geben Sie verschiedene Möglichkeiten für die Funktionsvorschrift an.

Aufgabe 3.4
Sei $g(t) = \cos t$, $t \in [0, \pi/2]$.

a) Skizzieren Sie die Funktion $g(t)$.

b) Skizzieren Sie die gerade Fortsetzung von $g(t)$ und geben Sie die Funktionsvorschrift an.

Aufgabe 3.5
Seien $n, m \in \mathbb{N}_0$ und $\omega = 2\pi/T$.

a) Berechnen Sie

$$\frac{1}{T}\int_0^T \sin(n\omega t)\,dt \text{ und } \frac{1}{T}\int_0^T \cos(n\omega t)\,dt$$

b) Wie lauten die Additionstheoreme für sin und cos? Leiten Sie daraus die folgenden Formeln her:

$$\begin{aligned}\sin\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]\\ \cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]\\ \sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]\end{aligned}$$

c) Zeigen Sie die folgenden Othogonalitätseigenschaften trigonometrischer Polynome:

$$\begin{aligned}\frac{1}{T}\int_0^T \sin(m\omega t)\sin(n\omega t)\,dt &= \begin{cases} 0 & \text{falls } m = n = 0\\ 0 & \text{falls } m \neq n\\ \frac{1}{2} & \text{falls } m = n \neq 0\end{cases}\\ \frac{1}{T}\int_0^T \cos(m\omega t)\cos(n\omega t)\,dt &= \begin{cases} 1 & \text{falls } m = n = 0\\ 0 & \text{falls } m \neq n\\ \frac{1}{2} & \text{falls } m = n \neq 0\end{cases}\\ \frac{1}{T}\int_0^T \sin(m\omega t)\cos(n\omega t)\,dt &= 0\end{aligned}$$

Abgabe der Lösungen bis Montag, 28. April 2014, 15 Uhr,
Gruppe 1, Fach 14, Ebene D.13.,
Gruppe 2, Fach 65, Ebene D.13.

Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet:
http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/site/mathemaster.html