Bergische Universität Wuppertal, Fachbereich C (Mathematik)
Prof. Dr. Margareta Heilmann
Teresa Schnepper, M.Sc.
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler (Master)

Sommersemester 2015, 13. Übungsblatt

Aufgabe 13.1
Es seien $x, y, z \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatormethode alle Punkte und die dazu gehörenden Multiplikatoren, die die notwendige Optimalitätsbedingung für das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{rl} \min & x+y+z \\ \text{so dass} & x^2+y^2+z^2=1. \end{array}$$

erfüllen. Bestimmen Sie außerdem jeweils die Art des Extremums.

Aufgabe 13.2
Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatormethode alle Punkte, die die notwendigen Optimalitätsbedingungen für das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{rl} \min & x+2y-2 \\ \text{so dass} & x^2+y^2-x-y-\frac{3}{4}=0 \end{array}$$

erfüllen sowie die zugehörigen Werte der Lagrangeparameter. Welche Arten von Extremstellen liegen hier vor?

Aufgabe 13.3
Finden Sie mit Hilfe des Lagrangeschen Multiplikatorverfahrens alle Punkte $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, welche die notwendigen Optimalitätsbedingungen für die folgende Minimierungsaufgabe erfüllen:

$$\begin{array}{rrcll} \min & f(x,y,z) & = & 5x+y-3z & \\ \text{so dass} & g_1(x,y,z) & = & x+y+z & = \ 0 \\ & g_2(x,y,z) & = & x^2+y^2+z^2-2 & = \ 0. \end{array}$$

Bestimmen Sie außerdem für jeden Kandidaten, um welche Art von Extremum es sich handelt.
Tipp: Führen Sie zunächst eine Variablensubstitution durch, um das Problem zu vereinfachen.

Aufgabe 13.4
Sei das Problem

$$\begin{array}{rrcrcrcl} \min & \frac{1}{2}x_1^2 & + & x_2^2 & & & & \\ \text{s.d.} & -x_1 & - & x_2 & + & 4 & \le & 0 \\ & x_1^2 & - & x_2 & + & 3.2 & \ge & 0 \\ & & & x_2 & & & \ge & 0, \end{array}$$

gegeben. Geben Sie die KKT-Bedingungen für für dieses Problem in allgemeiner Form an. Bestimmen Sie außerdem für die Punkte $\bar{x} = (\frac{8}{3}, \frac{4}{3})$ und $\tilde{x} = (4, 0)$ das zugehörige KKT-System und überprüfen Sie, ob $\bar{x}$ und $\tilde{x}$ die KKT-Bedingungen erfüllen.

Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, 08.07.2015, Fach 17, Ebene D.13 Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu der Übung finden Sie im Internet unter:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/master/mathemaster.html