Bergische Universiät Wuppertal, Fachbereich C (Mathematik) Prof. Dr. Margareta Heilmann Teresa Schnepper, M.Sc. Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler (Master)



Sommersemester 2015, 2. Übungsblatt

Aufgabe 2.1

Zeigen Sie, dass $y(t) = Ct^2$ für jedes $C \in \mathbb{R}$ Lösung der Differentialgleichung

$$t\dot{y}(t) = 2y(t)$$

ist. Bestimmen Sie C so, dass die Anfangswertbedingung y(1) = 2 erfüllt ist.

Aufgabe 2.2

Zeigen Sie, dass die Funktion y(t), für die die Gleichung $y(t) \cdot e^{ty(t)} = C$ erfüllt ist, Lösung der Differentialgleichung

$$(1 + ty(t))\dot{y}(t) = -[y(t)]^2$$

ist.

(Hinweis: Implizites Differenzieren von $y(t) \cdot e^{ty(t)} = C$)

Aufgabe 2.3

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a)
$$y' - 2te^{-y} = 0$$
 mit $y(0) = -1$

b)
$$y' = -\frac{\sin(t)}{y^2} \text{ mit } y(\pi) = 1$$

c)
$$y' = \frac{y^2 + 1}{2ty}$$
 mit $y(1) = 1$

d)
$$y' = \frac{1}{2y+4}$$
 mit $y(0) = -3$

Aufgabe 2.4

In einem Modell für die Ausbreitung von Grippe bezeichne g(t) die Anzahl der Personen, die zum Zeitpunkt t (gemessen in Tagen), nachdem alle Mitglieder einer Gruppe von 1000 Personen mit einem Infektionsträger in Kontakt waren, eine Grippe bekommen. Es wird angenommen, dass für die relative Änderungsrate von g(t) gilt

$$\frac{\dot{g}(t)}{g(t)} = 0.25 \left(1 - \frac{g(t)}{1000} \right).$$

Weiter sei g(0) = 1 (eine Kontaktperson ist sofort erkrankt). Stellen Sie das AWP auf und bestimmen Sie die Lösung. Wie lange dauert es, bis 250, 500, 750 Personen erkrankt sind?

Abgabe der Lösungen bis Montag, 15.04.2015, Fach 17, Ebene D.13. Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu der Übung finden Sie im Internet unter:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/master/mathemaster.html