



Fachbereich C – Mathematik und Naturwissenschaften, Arbeitsgruppe Optimierung & Approximation
Prof. Dr. M. Heilmann, T. Schnepfer M.Sc., M. Milano M.Sc.

Besprechung der Aufgaben: In den Übungen vom 10. bis 14. November 2014

Aufgabe 4.1

a) Schreiben Sie folgende Summen mit Hilfe des Summenzeichens:

i) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6,$

ii) $1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}, \quad n \in \mathbb{N},$

iii) $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16}.$

b) Berechnen Sie folgende Summen:

i) $\sum_{k=1}^4 \frac{1}{k},$ ii) $\sum_{k=0}^5 2^k,$ iii) $\sum_{k=0}^4 (-1)^k k^3.$

Aufgabe 4.2

Im \mathbb{R}^3 seien die beiden Vektoren $\vec{a}^\top = (2, 1, -2)$ und $\vec{b}^\top = (6, -1, -2)$ gegeben. Bestimmen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts alle Vektoren $\vec{c} \in \mathbb{R}^3$, die gleichzeitig auf \vec{a} und \vec{b} senkrecht stehen und Länge 1 haben.

Aufgabe 4.3

Prüfen Sie die folgenden Vektoren des \mathbb{R}^3 auf lineare Unabhängigkeit und entscheiden Sie, ob sie eine Basis des \mathbb{R}^3 bilden.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4.4

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ t \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ t^2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie alle $t \in \mathbb{R}$, für die die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ eine Basis des \mathbb{R}^3 bilden.

b) Ergänzen Sie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ zu einer Basis des \mathbb{R}^3 .

Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet unter:

<http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/wiwi/grundzuege/mathe15.html>