

# Nichtlineare Optimierung II - Restringierte Optimierung

## 9. Übung

Wintersemester 2011/2012



Bergische Universität Wuppertal

Fachbereich C – Angewandte Mathematik / Optimierung und Approximation  
Prof. Dr. Kathrin Klamroth, Dipl. Math. Markus Kaiser

Besprechung des Übungsblattes: 11.07.2012, 14-16 Uhr, D 13.15

### Aufgabe 28:

Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \\ \text{s.t.} \quad & 1 - \frac{1}{4}x_1 \leq 0 \\ & x_1 - x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die optimale Lösung  $x^* \in \mathbb{R}^2$ . Ab welchem Wert  $\bar{\alpha} > 0$  ist die zugehörige  $\ell_1$ -Penalty-Funktion  $P_1(x; \alpha)$  für alle  $\alpha \geq \bar{\alpha}$  exakt in  $x^*$ ?

### Aufgabe 29:

Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 \leq 0 \\ & -x_2 \leq 0 \\ & x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0. \end{aligned}$$

Führen Sie für dieses Problem zwei Iterationen des SQP-Verfahrens durch. Verwenden Sie dabei als Startpunkt  $x^0 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^\top$  ( $\lambda^0$  und  $\mu^0$  können natürlich bestimmt werden sind aber hier nicht erforderlich) und  $H_k = \nabla_{xx}L(x^k, \lambda^k, \mu^k)$  für das quadratische Teilproblem (Schritt 2 in Algorithmus 15.6).

### Aufgabe 30:

Zeigen Sie, dass die Funktionen  $\varphi_i : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  und

- $\varphi_1(a, b) = \min\{a, b\}$ ,
- $\varphi_2(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$ ,
- $\varphi_3(a, b) = |a - b| - a - b$ ,
- $\varphi_4(a, b) = (a - b)^2 - |a| \cdot a - |b| \cdot b$  und
- $\varphi_5(a, b) = \frac{1}{2} \cdot (\min\{0, a + b\})^2 - ab$

NCP-Funktionen sind.

### Aufgabe 31:

Zeigen Sie Lemma 15.8 aus der Vorlesung, also:

Sei ein Problem (CP) mit  $X \neq \emptyset$  gegeben. Außerdem seien die Funktionen  $g_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  konvex und  $h_j$ ,  $j = 1, \dots, p$  affin linear. Dann ist das quadratische Teilproblem in Schritt 2 des SQP-Verfahrens (Algorithmus 15.6) zulässig.



*Bemerkung:* Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet unter:

<http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/NLO/>