Nichtlineare Optimierung II - Restringierte Optimierung

8. Übung

Wintersemester 2011/2012

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C – Angewandte Mathematik / Optimierung und Approximation
Prof. Dr. Kathrin Klamroth, Dipl. Math. Markus Kaiser

Besprechung des Übungsblattes: 27.06.2012, 14-16 Uhr, D 13.15

Aufgabe 24:
Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$(\text{NLP1})\quad \begin{array}{ll} \min & f(x) := (x_1-6)^2 + (x_2+7)^2 \\ \text{s.t.} & g_1(x) := -3x_1 - 2x_2 + 6 \le 0 \\ & g_2(x) := -x_1 + x_2 - 3 \le 0 \\ & g_3(x) := x_1 + x_2 - 7 \le 0 \\ & g_4(x) := \frac{2}{3}x_1 - x_2 - \frac{4}{3} \le 0 \end{array}$$

(a) Skizzieren Sie den zulässigen Bereich und einige Niveaulinien der Zielfunktion von (NLP1).

(b) Formulieren Sie die Penalty-Funktion $P(x;\alpha)$ zu (NLP1).

(c) Bestimmen Sie das Minimum des unrestringierten Problems $\min f(x)$ und **ausgehend davon** das Minimum $x^*(\alpha)$ der Penalty-Funktion in Abhängigkeit von $\alpha > 0$.

(d) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $x^*(\alpha)$ für $\alpha \to \infty$. Ist dieser Punkt optimal für (NLP1)?

Aufgabe 25:
Ein neuer Standort $x = (x_1, x_2)^\top$ soll so in der Ebene platziert werden, dass die Summe der quadrierten Entfernungen zu vier existierenden Standorten $a^i = (a_1^i, a_2^i)^\top$ minimiert wird. Die existierenden Standorte haben die Koordinaten $(2,3)^\top$, $(-3,2)^\top$, $(3,4)^\top$ und $(-5,-2)^\top$. Außerdem soll der neue Standort die Bedingung $3x_1 + 2x_2 = 6$ erfüllen.

(a) Formulieren Sie ein Optimierungsmodell zu obiger Problemstellung.

(b) Zeigen Sie, dass die Zielfunktion konvex und bestimmen Sie eine optimale Lösung mit Hilfe der KKT-Bedingungen.

(c) Lösen Sie das Problem mit Hilfe des Penalty-Verfahrens, d.h. bestimmen Sie das Minimum $x^*(\alpha)$ der Penalty-Funktion für ein festes $\alpha > 0$ und den Grenzwert der Folge $x^*(\alpha)$ für $\alpha \to \infty$.

Aufgabe 26:
Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$(\text{NLP2})\quad \begin{array}{ll} \min & f(x) := 2x_1^2 + 9x_2 \\ \text{s.t.} & g(x) := x_1 + x_2 \ge 4 \end{array}$$

(a) Skizzieren Sie die Nebenbedingungen und einige Niveaulinien der Zielfunktion von (NLP2).

(b) Formulieren Sie die inverse Barriere-Funktion $B(x;\alpha)$ zu (NLP2).

(c) Bestimmen Sie das Minimum der Barriere-Funktion in Abhängigkeit von α.

(d) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $x^*(\alpha)$ für $\alpha \to 0$.

Aufgabe 27:
Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$(\text{NLP3})\quad \begin{array}{ll} \min & f(x) := x_1 - 2x_2 \\ \text{s.t.} & g_1(x) := x_1 - x_2^2 \ge -1 \\ & g_2(x) := x_2 \ge 0 \end{array}$$

und bestimmen Sie die Optimallösung analog zum Vorgehen in Aufgabe 26 mit Hilfe der logarithmischen Barriere-Funktion.

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet unter:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/NLO/