Nichtlineare Optimierung II - Restringierte Optimierung

6. Übung

Wintersemester 2011/2012

Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C – Angewandte Mathematik / Optimierung und Approximation
Prof. Dr. Kathrin Klamroth, Dipl. Math. Markus Kaiser

Besprechung des Übungsblattes: 06.06.2012, 14-16 Uhr, D 13.15

Aufgabe 18: *(Zulässige Menge konvexer Probleme)*
Beweisen Sie Lemma 12.21 aus der Vorlesung. D.h. zeigen Sie, dass die zulässige Menge von (CCP)

$$X = \left\{x \in \mathbb{R}^n : \; g_i(x) \leq 0, \; i = 1, \ldots, m, \; b_j^\top x = \beta_j, \; j = 1, \ldots, p\right\}$$

konvex ist.

Aufgabe 19: *(Slater-Bedingung für (CCP))*

(a) Die Menge

$$S := \left\{x \in \mathbb{R}^n : \; g_i(x) \leq 0, \; i = 1, \ldots, m, \; b_j^\top x = \beta_j, \; j = 1, \ldots, p\right\}$$

erfülle die Slater Regularitätsbedingung. Zeigen Sie, dass damit auch die (MFCQ)-Bedingung für jeden zulässigen Punkt $\bar{x} \in S$ erfüllt ist.

(b) Erfüllt die Menge

$$S := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \; x_1^2 + x_2^2 \leq 1, \; (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 1, \; x_1 - x_2 = 0\}$$

die Slater-Bedingung?

Aufgabe 20: *($T_{strict} \subseteq T_X(x^*)$)*
Zeigen Sie, dass bei einem (CCP) für

$$T_{\text{strict}} = \{d \in \mathbb{R}^n : \nabla g_i(x^*)^\top d < 0 \; \forall i \in I(x^*), \; b_j^\top d = 0 \; \forall j = 1, \ldots, p\}$$

gilt:

$$T_{\text{strict}} \subseteq T_X(x^*).$$

Aufgabe 21: *(Tangentialkegel)*
Zeigen Sie, dass der Tangentialkegel $T_X(x)$ eines Punktes $x \in X$ abgeschlossen ist.

Aufgabe 22: *(Lagrange-Duales)*
Gegeben sei das lineare Optimierungsproblem

$$(P) \qquad \begin{array}{ll} \min\limits_{x \in \mathbb{R}^n} & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \end{array}$$

mit $c \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$. Formulieren Sie das Lagrange-Duale von (P) und leiten Sie aus dem Lagrange-Dualen das duale Problem (D) von (P) her. Welche Rolle spielen die Lagrange-Multiplikatoren?

Bemerkung: Aktuelle Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen finden Sie im Internet unter:

http://www2.math.uni-wuppertal.de/opt/NLO/