

Aufgabe 1. Beweise, dass für jede ungerade Primzahl p gilt, dass

$$\left(\frac{2}{p}\right) = (-1)^{\frac{p^2-1}{8}}.$$

Aufgabe 2. Berechne

$$\left(\frac{13}{103}\right) \text{ und } \left(\frac{-7}{97}\right)$$

sowie zwei weitere LEGENDRE-Symbole nach eigener Wahl.

Aufgabe 3. Berechne

$$\left(\frac{49\,337}{129\,061}\right).$$

Aufgabe 4. Beweise:

- (i) Die Primteiler von Zahlen der Gestalt $x^2 + 3y^2$ mit $\text{ggT}(x, y) = 1$ sind 2, 3 oder von der Form $6t + 1$.
- (ii) Die Primteiler von Zahlen der Gestalt $x^2 - 3y^2$ mit $\text{ggT}(x, y) = 1$ sind 2, 3 oder von der Form $12t \pm 1$.