

Aufgabe 1. Was ist der quadratische Restcharakter

- (i) von -1 modulo 19, 23, 29, 31, 37?
- (ii) von 2 modulo denselben Zahlen?

Aufgabe 2. Berechne das LEGENDRE-Symbol $\left(\frac{a}{p}\right)$ für $a = 2, 3, 4, 5, 6$ und $p = 19, 23, 29$

- (i) nach dem EULER-Kriterium,
- (ii) (einige Fälle) nach dem GAUSSschen Lemma.

Aufgabe 3. Beweise, dass eine Zahl der Form $2x^2 - y^2$ mit $x, y \in \mathbb{Z}$ teilerfremd nur Primfaktoren q der Gestalt $q = 8t \pm 1$ mit $t \geq 1$ oder $q = 2$ hat. Hinweis: Benutze den „zweiten Ergänzungssatz zum quadratischen Reziprozitätsgesetz“.

Aufgabe 4. Beweise, dass eine MERSENNE-Zahl $M_p = 2^p - 1$ mit $p \geq 3$ prim nur Primfaktoren der Gestalt $q \equiv \pm 1 \pmod{8}$ hat.