Tutorium zur Linearen Algebra I
Blatt 10
keine Abgabe

Bergische Universität Wuppertal
Prof. Dr. Roland Huber
Dr. Thorsten Weist

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 2 & 2 & 5 & a \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2

Sei A_n die $n \times n$-Matrix mit Einträgen

$$(A_n)_{ij} = \begin{cases} 2 & i = j \\ 1 & |i-j| = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Zeigen Sie

a) $\det A_n = 2 \det A_{n-1} - \det A_{n-2}$.

b) $\det A_n = n + 1$.

Aufgabe 3

Seien $n \geq 2$ eine natürliche Zahl, R ein kommutativer Ring mit 1 und $a_1, \dots, a_n \in R$. Zeigen Sie, dass für die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^{n-1} \\ 1 & a_2 & a_2^2 & \dots & a_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & a_n & a_n^2 & \cdots & a_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

gilt, dass

$$\det(A) = \prod_{i,j \in \{1,\dots,n\}\colon i<j} (a_j - a_i).$$