

Aufgabe 1

Sei X eine Menge und seien A, B zwei Teilmengen von X . Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind

1. $A \subseteq B$
2. $A \cup B = B$
3. $A \cap B = A$
4. $A - B = \emptyset$
5. $(X - A) \cup B = X$

Aufgabe 2

Ist die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y, z) \mapsto (x - z, z + y)$$

surjektiv? Ist sie injektiv?

Aufgabe 3

Seien $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ zwei Abbildungen. Zeigen Sie, dass gelten

1. Sind f und g surjektiv, so ist $g \circ f$ surjektiv.
2. Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.

Welche analogen Aussagen gelten für "injektiv" statt "surjektiv"?

Aufgabe 4

Sei $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind

1. f ist bijektiv.
2. Es gibt eine Abbildung $g : Y \rightarrow X$, so dass $g \circ f = id_X$ und $f \circ g = id_Y$.

Zeigen Sie, dass die Abbildung g in 2. eindeutig bestimmt ist, nämlich g ist die Umkehrabbildung von f .