Übungen zur Linearen Algebra II — Bergische Universität Wuppertal
Blatt 9 — Prof. Dr. Markus Reineke
Abgabe bis 15.12.2011, 12 Uhr — Dr. Thorsten Weist

Aufgabe 1

Bestimme eine Jordanbasis und die entsprechende Jordansche Normalform der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 4 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & -4 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Sei V ein endlich-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum und sei $f \in \mathrm{End}(V)$ mit $f^3 = f$. Zeige, dass f diagonalisierbar ist.

Aufgabe 3

Sei $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 13^2\}$ die Kugel mit Radius 13 und Mittelpunkt $(1, 1, 1)$.

a) Berechne die Schnittpunkte der Kugel mit der Geraden $g \in \mathbb{R}^3$, die gegeben ist durch die Gleichung $g(\lambda) = (6, 4, 4) + \lambda(1, 1, 1)$.

b) Berechne die Tangentialebene der Kugel am Punkt $P = (4, 5, 13) \in \mathbb{R}^3$, also die Ebene, die die Kugel genau in P schneidet.

Aufgabe 4

Zeige, dass die Geraden $g(x) = (2, 7, -6) + x(2, 3, 0)$ und $h(x) = (2, -3, 7) + x(2, 0, -1)$ in $\mathbb{R}^3$ sich weder schneiden noch parallel sind. Bestimme den kleinsten Abstand der beiden Geraden.