Lineare Algebra I Bergische Universität Wuppertal
2. Test Prof. Dr. Klaus Bongartz
Sommersemester 2013 Dr. Thorsten Weist

Seien V, W zwei endlich-dimensionale K-Vektorräume und $f : V \to W$ eine lineare Abbildung.

Frage	wahr	falsch
Falls f surjektiv ist, so ist f bereits ein Isomorphismus.		
$\mathrm{Kern}(f)$ ist ein Untervektorraum von V.		
$\mathrm{Bild}(f)$ ist ein Untervektorraum von V.		
Ist $V = W$ so ist f ein Isomorphismus, falls f injektiv ist.		
Ist f injektiv, so gilt $\dim \mathrm{Bild}(f) \geq \dim \mathrm{Kern}(f)$.		
Es gilt $\dim V = \dim \mathrm{Bild}(f) + \dim \mathrm{Kern}(f)$.		
Es gilt $\dim W = \dim V + \dim \mathrm{Kern}(f)$.		
$\mathrm{Bild}(f)$ beinhaltet ein Erzeugendensystem von W.		

Sei $A \in M_{n,n}(K)$ eine Matrix über K und φ ein Koordinatensystem von K^n.

Frage	wahr	falsch
Der Zeilenrang von A ist gleich dem Spaltenrang von A.		
Es gilt $M_\varphi(\mathrm{id}) = E_n$, wobei E_n die Einheitsmatrix ist.		
Für $f, g \in \mathrm{End}(K^n)$ gilt $M_\varphi(f) \cdot M_\varphi(g) = M_\varphi(f \circ g)$.		
Der Zeilenraum von A ist invariant unter Zeilenumformungen.		
Der Lösungsraum des Linearen Gleichungssystems $A \cdot x = 0$ ist ein Unterraum von K^n.		
Der Lösungsraum des Linearen Gleichungssystems $A \cdot x = b$ ist ein Unterraum von K^n für alle $b \in K^n$.		
Falls A eine obere Dreicksmatrix ist, so dass alle Diagonalelemente gleich Null sind, so ist A nilpotent.		
Ist U ein Unterraum von W, so ist $f^{-1}(U)$ ein Unterraum von V.		
Ist U ein Unterraum von V, so ist $f(U)$ ein Unterraum von W.		

Seien K ein Körper und V bzw. W endlich erzeugte K-Vektorräume mit geordneten Basen $\varphi = (b_1, \dots, b_n)$ bzw. $\psi = (c_1, \dots, c_m)$.

Frage	wahr	falsch
Falls es eine surjektive lineare Abbildung $f : V \to W$ gibt, so ist $m \leq n$.		
Ist U ein Untervektorraum von V mit $\dim U = k$, so gibt es eine Teilmenge $\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, \dots, n\}$, so dass $(b_{i_1}, \dots, b_{i_k})$ eine Basis von U ist.		
Falls $n \leq m$, so gibt es eine injektive lineare Abbildung $f : V \to W$, so dass $f(b_i) = c_i$ für $i = 1, \dots, n$.		
Falls $m = n$, so gibt es eine Abbildung $f : V \to W$ mit $M_{\varphi,\psi}(f) = E_n$.		
Für die Länge l eines jeden linear abhängigen Tupels in V gilt $l \geq n$.		