Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Linearen Algebra I WS 08/09

Beispiel 2: Bestimme für $b \in k^3$ die Lösungsmenge von:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= b_1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 &= b_2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 &= b_3 \end{aligned}$$

$$(A,b) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & 3 & b_1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & b_2 \\ 3 & 3 & 3 & -3 & b_3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2}b_1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & -\frac{5}{2} & b_2 - \frac{3}{2}b_1 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & -\frac{15}{2} & b_3 - \frac{3}{2}b_1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2}b_1 \\ 0 & 1 & 4 & -5 & 2b_2 - 3b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_3 - 3b_2 + 3b_1 \end{bmatrix}$$

Lösbar nur für b mit $3b_1 - 3b_2 + b_3 = 0$. Dann ist Lösungsmenge:

$$L(A,b) = \{ \begin{bmatrix} 2b_1 - b_2 + 3x_3 - 4x_4 \\ 2b_2 - 3b_1 - 4x_3 + 5x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \mid x_3, x_4 \in k\}.$$