SS 19 K. Volkert/R. Wengel

Geschichte der Mathematik

(Blatt 3)

Abzugeben bis zum 26.6. in der Vorlesung; Besprechung 27.6. in der Vorlesung. Es genügt, wenn Sie drei Aufgaben bearbeiten.

Aufgabe 1. Wir betrachten zwei konzentrische Kreise k und k‘ und führen die Inversionen an k und dann an k‘ hinter einander aus. Welche Abbildung ergibt sich? Beweisen Sie Ihre Behauptung. Welche Abbildung erhält man, wenn man zuerst an k‘ und dann an k invertiert?

Aufgabe 2. Beweisen Sie die folgende Konstruktion des inversen Punktes mit dem Zirkel allein: Gegeben sei der Kreis k mit Mittelpunkt O sowie der Punkt A verschieden von. Wir ziehen den Kreis um A durch O, dieser treffe k in P und Q. Dann ziehen wir um P und Q Kreise durch O. Der zweite Schnittpunkt dieser Kreise ist der gesuchte Punkt A‘.
Was geschieht, wenn A auf k liegt?

Aufgabe 3. Wir betrachten eine Sphäre S^2 (das ist eine Kugeloberfläche), die im Südpol die Ebene e berührt. Wir projizieren die Sphäre stereographisch von ihrem Nordpol in die Ebene e. Es sei k in e das Bild des Äquators der Sphäre. Welchen Radius hat k? Es sei A ein Punkt in e und A‘ sein Bildpunkt bei der Inversion am Kreis k. Beweisen Sie: Man erhält A‘ auch, wenn man den Urbildpunkt B von A unter der stereographischen Projektion am Äquator spiegelt und diesen Punkt dann stereographisch projiziert.

Aufgabe 4. (für Freundinnen und Freunde der komplexen Zahlen) Wir betrachten den Einheitskreis $|z| = 1$ mit Mittelpunkt O = 0x + i0y sowie die Inversion an diesem Kreis. Zeigen Sie: Diese Abbildung stimmt mit der Abbildung $z \to \frac{1}{\bar{z}}$ überein. ($\bar{z}$ ist das konjugiert-komplexe der Zahl z).

Aufgabe 5. Gegeben sind zwei Geraden und ein Punkt. Konstruieren Sie einen Kreis, der die beiden Geraden berührt und durch den fraglichen Punkt geht. Wie viele Lösungen gibt es insgesamt? Diskutieren Sie alle Fälle, die je nach Lage von Punkt und geraden auftreten können.