Priv.-Doz. Dr. J. Ruppenthal
Dipl. Math. S. Stahn

Wuppertal, 14.04.2016

Topologie I (SS 2016)

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.

Beweisen Sie die folgende Eigenschaft für die Verknüpfung von Wegen.
Ist $f_0 \cdot g_0 \simeq f_1 \cdot g_1$ und $g_0 \simeq g_1$, so ist auch $f_0 \simeq f_1$.

Dabei bezeichnet $\simeq$ eine Homotopie von Wegen relativ der Endpunkte, d.h. eine Homotopie von Wegen, die die Endpunkte fest läßt.

Aufgabe 2.

Zeigen Sie, dass jeder Gruppenhomomorphismus $\pi_1(S^1) \to \pi_1(S^1)$ als induzierte Abbildung ϕ_* einer stetigen Abbildung $\phi : S^1 \to S^1$ realisiert werden kann.

Aufgabe 3.

Sei X ein topologischer Raum und $A \subset X$ ein wegzusammenhängender Unterraum, der den Basispunkt x_0 enthält. Zeigen Sie: Die durch die Inklusion $\iota : A \hookrightarrow X$ induzierte Abbildung $\iota_* : \pi(A, x_0) \to \pi(X, x_0)$ ist genau dann surjektiv, wenn jeder Pfad in X mit Endpunkten in A zu einem Pfad in A homotop ist.

Aufgabe 4.

Sei $p : E \to B$ eine Überlagerung, $f : X \to B$ stetig und $\tilde{f} : X \to E$ eine Abbildung mit

$$f = p \circ \tilde{f}.$$

Zeigen Sie durch Angabe eines Beispiels, dass $\tilde{f}$ dann nicht unbedingt stetig ist. In dem Fall ist $\tilde{f}$ dann keine Hochhebung von f.

Aufgabe 5.

Sei $p : E \to B$ eine Überlagerung und die Faser $p^{-1}(b)$ endlich und nicht leer für alle $b \in B$. Zeigen Sie: E ist genau dann kompakt und Hausdorffsch, wenn B kompakt und Hausdorffsch ist.

Abgabe in der Vorlesung am 21.04.2016.