Prof. Dr. J. Ruppenthal
S. Tilson, Ph.D.

Wuppertal, 17.12.2018

Einführung in die Topologie (WS 2018/19)

Übungsblatt 11

Aufgabe 1.

Zeigen Sie, dass $GL_n(\mathbb{R})$, $O_n(\mathbb{R})$ und $SO_n(\mathbb{R})$ topologische Gruppen sind, und dass $GL_n(\mathbb{R})$ offen, $O_n(\mathbb{R})$ kompakt und $SO_n(\mathbb{R})$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 2.

Es sei G eine topologische Gruppe und $H \subset G$ eine Untergruppe. Zeigen Sie:

(i) H und $\overline{H}$ sind ebenfalls topologische Gruppen.

(ii) Die Zusammenhangskomponente der 1 ist abgeschlossener Normalteiler in G.

Aufgabe 3.

Sei G eine topologische Gruppe und $f : X \to Y$ ein Morphismus von G-Räumen. Zeigen Sie, dass f eine stetige Abbildung $X/G \to Y/G$ induziert.

Folgt aus Injektivität bzw. Surjektivität von f dass die induzierte Abbildung injektiv bzw. surjektiv ist?

Aufgabe 4.

Die endliche diskrete Gruppe G operiere auf der topologischen Mannigfaltigkeit M:

$$G \times M \longrightarrow M,$$

und diese Operation sei frei. Zeigen Sie, dass dann M/G wieder eine topologische Mannigfaltigkeit ist.

Abgabe in der Vorlesung am 07.01.2019.