Prof. Dr. J. Ruppenthal
S. Tilson, Ph.D.

Wuppertal, 10.12.2018

Einführung in die Topologie (WS 2018/19)

Übungsblatt 10

Aufgabe 1.

(a) Zeigen Sie, dass S^n für jedes $n \geq 0$ eine topologische Mannigfaltigkeit ist.

(b) Zeigen Sie, dass S^n sogar eine differenzierbare Mannigfaltigkeit ist, indem Sie einen Atlas aus zwei Karten angeben.

Aufgabe 2.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{RP}^n$ für jedes $n \geq 0$ eine topologische Mannigfaltigkeit ist.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathbb{RP}^n$ sogar eine differenzierbare Mannigfaltigkeit ist, indem Sie einen Atlas aus $n+1$ Karten angeben.

Aufgabe 3.

(a) Zeigen Sie, dass jede topologische Mannigfaltigkeit lokal wegzusammenhängend ist.

(b) Zeigen Sie, dass jede topologische Mannigfaltigkeit lokal kompakt ist.

Aufgabe 4.

Zeigen Sie, dass die algebraische Varietät

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 = x^2\}$$

keine topologische Mannigfaltigkeit ist. Bestimmen Sie dazu die Anzahl der Wegzusammenhangskomponenten von $X \cap B_\epsilon(0) \setminus \{0\}$.

Abgabe in der Vorlesung am 17.12.2018.