Lernziele Analysis II

WS 2017/18

Kapitel 1 – Differenzierbare Funktionen

2.1 Differenzierbarkeit und partielle Differenzierbarkeit

- Sie kennen die Definitionen von Differenzierbarkeit und partieller Differenzierbarkeit und der zugehörigen Begriffe (Differential, Ableitung, Richtungsableitung, Gradient) und können damit umgehen.
- Sie verstehen den Zusammenhang zwischen Differenzierbarkeit, partieller Differenzierbarkeit und stetiger partieller Differenzierbarkeit. Insbesondere kennen Sie das Hauptkriterium für Differenzierbarkeit (Theorem 1.6).

2.2 Rechenregeln

- Sie kennen die Rechenregeln für differenzierbare Funktionen (algebraische Regeln, Kettenregel) und können diese anwenden.
- Sie verstehen die Bedeutung des Gradienten: Der Gradient einer Funktion steht senkrecht auf den Niveaumengen und zeigt in die Richtung des stärksten Wachstums.

2.3 Mittelwertsatz und Schrankensatz

- Sie kennen den Mittelwert- und den Schrankensatz und können diese anwenden.
- Was impliziert der Schrankensatz für Funktionen mit überall verschwindender Ableitung ($f' = 0$)?
- Solche Funktionen sind auf zusammenhängenden offenen Mengen konstant. Wie zeigt man das?

2.4 Höhere partielle Ableitungen

- Sie kennen den Begriff der höheren partiellen Ableitungen und die Bedeutung des Satzes von Schwarz.
- Sie wissen, was man unter der Hesse-Matrix bzw. 2.Ableitung einer Funktion versteht.
- Was bedeutet der Satz von Schwarz für die Hesse-Matrix von C^2-Funktionen und welche Konsequenz hat dies für die Eigenwerte der Hesse-Matrix?
- Die Hesse-Matrix von C^2-Funktionen $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ist symmetrisch und hat daher genau n reelle Eigenwerte (mit Vielfachheiten).

2.5 Taylorapproximation

- Sie wissen, wie man Funktionen mittels der Taylorformel von höherer Ordnung lokal approximiert.

2.6 Extremstellen

- Sie können C^2-Funktionen $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ auf lokale Extrema und Konvexität überprüfen (Stichwort: notwendige und hinreichende Kriterien).
- Schränkt man eine C^2-Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ auf eine Gerade in $\mathbb{R}^n$ ein, so entsteht eine Funktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Wie errechnen sich die erste und zweite Ableitung dieser Funktion F unter Verwendung der Kettenregel und der ersten und zweiten Ableitung von f?