Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 9
Abgabe bis 14.12.2017, 16 Uhr

Bergische Universität Wuppertal
PD Dr. Jürgen Müller
M.Sc. Lucas Ruhstorfer

Bitte beachten Sie: Aufgabe 4 ist eine Präsenzaufgabe und wird **nicht korrigiert**.

Aufgabe 1
Betrachten Sie die komplexe Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -4 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & -4 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & -2 & 4 & -1 \\ 2 & -4 & -4 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{6\times 6}.$$

Bestimmen Sie das charakteristische Polyom, das Minimalpolynom und die Jordan-Normalform von A der folgenden Matrx über $\mathbb{C}$, zusammen mit geeigneter Transformationsmatrix. Ist die Matrix A diagonalisierbar?

Aufgabe 2
Es sei $n \in \{0, 1, 2, 3\}$. Man zeige: Zwei Matrizen in $\mathbb{C}^{n\times n}$ sind genau dann ähnlich, wenn ihre charakteristischen und ihre Minimalpolynome übereinstimmen. Kann man auf die Voraussetzung $n \leq 3$ verzichten?

Aufgabe 3
Sei $K \in \{\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ und $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Bestimmen Sie (bis auf Permutation der Jordanblöcke) in folgenden Fällen alle möglichen Jordan-Normalformen von A.

a) $n = 4$ und $\mu_A = X^2$.

b) $n = 6$ und $A^4 + 12A^2 = 6A^3 + 8A$. Außerdem gelte $\text{Rang}(A) = 3 \cdot \text{Rang}(A - 2E_6) = 6$.

Aufgabe 4 (0 Punkte)
Es sei $A \in K^{n\times n}$ eine Matrix, deren charakteristisches Polynom in Linearfaktoren zerfällt. Man zeige: A and ${}^tA$ sind ähnlich.