

**Wahrscheinlichkeitstheorie**  
**Prof. Dr. Barbara Rüdiger**  
**WS 2014/15**

**Blatt 10**

**Übung I:**

Sei  $\mu_U$  die uniforme Verteilung auf  $[0, 1]$  mit Verteilungsfunktion  $F_U$ .

- a) Beweisen Sie, dass  $P_K$  auf  $\mathcal{B}(\mathbb{R}) \otimes \mathcal{B}(\mathbb{R})$  mit  $P_K((-\infty, x] \times (-\infty, y]) = \min(F_U(x), F_U(y))$  ein Wahrscheinlichkeitsmaß mit Marginalen  $\mu_U$  ist.
- b) Definieren Sie ein anderes Wahrscheinlichkeitsmaß mit gleichen Marginalen auf  $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}) \otimes \mathcal{B}(\mathbb{R}))$

**Übung II:**

Beweisen Sie (man siehe Vorlesung oder Theorem 4.4.3, bzw Theorem 4.4.4, Kai Lai Chung- "A course in probability theory"):  $\mu_n \rightarrow^v \mu$  falls und nur falls

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f d\mu_n = \int f d\mu$$

- a) für  $f \in C_K$ ,
- b) für  $f \in C_b$

**Übung III:** Finden Sie eine Folge von Zufallsvariablen mit Dichte, die in Verteilung zu einer Zufallsvariablen mit

- a) Delta Verteilung
- b) Bernouille Verteilung mit Parameter 1/2

konvergiert.