



Dr. Peng Jin
M.Sc. Brice Hakwa

Übungen zur Finanzmathematik (WS 2014/15)

Blatt 7

20.11.2014

Aufgabe 1: (4Pts)

Sei X eine normalverteilte Zufallsvariable mit den Parametern $\mu = E[X]$ und $\sigma = \sqrt{\text{Var}[X]} > 0$, d.h. $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Berechnen Sie $E[e^X]$ und $\text{Var}[e^X]$.

Für die **Aufgabe 2-4** seien stets (Ω, \mathcal{A}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und \mathcal{G} eine σ -Algebra auf Ω mit $\mathcal{G} \subset \mathcal{A}$.

Aufgabe 2: (4Pts)

Seien X, Y zwei Zufallsvariablen und $X, Y \in L^1((\Omega, \mathcal{A}, P); \mathbb{R})$, d.h. $E[|X|] < \infty$ und $E[|Y|] < \infty$. Zeigen Sie, dass

- (1) $\forall c \in \mathbb{R}, E[cX|\mathcal{G}] = cE[X|\mathcal{G}]$ (f.s.)
- (2) $E[X + Y|\mathcal{G}] = E[X|\mathcal{G}] + E[Y|\mathcal{G}]$ (f.s.)

Aufgabe 3: (4Pts)

Sei X eine Zufallsvariable und $X \in L^1((\Omega, \mathcal{A}, P); \mathbb{R})$, d.h. $E[|X|] < \infty$. Zeigen Sie, dass

- (1) $E[E[X|\mathcal{G}]] = E[X]$
- (2) $E[X|\mathcal{G}] = X$ (f.s.) wenn X \mathcal{G} -messbar ist.

Aufgabe 4: (4Pts)

Seien X, Y zwei Zufallsvariablen und $X, Y \in L^1((\Omega, \mathcal{A}, P); \mathbb{R})$, d.h. $E[|X|] < \infty$ und $E[|Y|] < \infty$. Zeigen Sie, dass

$$E[X|\mathcal{G}] \leq E[Y|\mathcal{G}] \text{ (f.s.) wenn } X \leq Y.$$

Abgabe: bis 27.11.14, 10:00 Uhr, in Zimmer G.16.03