

Klausur Risikotheorie SS 2016
Prof. Dr. Barbara Rüdiger
Bergische Universität Wuppertal, 22.07.2016

Übung I:

Sei X eine reell-wertige Zufallsvariable, welche $\exp(\Lambda)$ verteilt ist ($\Lambda > 0$ fixiert), und welche das Zeitintervall zwischen dem Referendum für das Brexit und dem Brexit selbst angibt. Sei L der Verlust einer Firma, der durch eine streng monoton steigende und stetige Funktion $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ von X abhängt, d.h. $L = F(X)$.

- a) Bestimmen Sie $VaR_\alpha(L)$ in Funktion von λ , α und F .
- b) Schreiben Sie die Copula $C_{(L,X)}$ von (L, X) .
- c) Bestimmen Sie die "obere" Tail-Abhängigkeit der Copula $C_{(L,X)}$.
- d) Bestimmen Sie die "untere" Tail-Abhängigkeit der Copula $C_{(L,X)}$.
- e) Sei $F = F_{\Lambda_2}$, wobei F_{Λ_2} die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariable $\exp(\Lambda_2)$ ist. Schreiben Sie die bivariate Verteilungsfunktion $H(x, y)$ von (L, X) in Funktion von Λ und Λ_2 .
- f) Sei $F = F_{\Lambda_2}$. Berechnen Sie $TVaR_\alpha(L)$ in Funktion von α , Λ und Λ_2 .

Übung II:

Sei $L = F(X)$, und sei X die gleiche Zufallsvariable wie in Übung I. Sei hier $F = 1 - F_{\Lambda_2}$, wobei F_{Λ_2} die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariable $\exp(\Lambda_2)$ ist

Geben Sie die bivariate Verteilungsfunktion von (L, X) in Funktion von Λ und Λ_2 an.

Übung III:

Betrachten Sie die Menge \mathcal{M} aller Zufallsvariablen auf (Ω, \mathcal{F}, P) , welche streng monotonen und stetigen Verteilungsfunktionen haben.

Beweisen Sie, dass für $L \in \mathcal{M}$ gilt, dass $TVaR_\alpha(L)$ eine kohärente Risikokennzahl ist.

Übung IV:

- a) Beweisen Sie, dass $H_\theta(x, y) = \exp(-(e^{-\theta x} + e^{-\theta y})^{1/\theta})$, definiert für $x, y \in \mathbb{R}$, und $\theta > 1$ fixiert, eine bivariate Verteilungsfunktion ist.
- b) Geben Sie die Randverteilungsfunktionen der bivariaten Verteilung $H_\theta(x, y)$ an

- c) Geben Sie die Copula der bivariaten Verteilung $H_\theta(x, y)$ an
- d) Erklären Sie für welche Werte von θ dessen Copula mit der Unabhängigkeitscopula übereinstimmt, und beweisen Sie Ihre Aussage.

Bemerkungen:

Resultate ohne Berechnungen oder Begründung werden nicht anerkannt.

Jede Teilübung wird mit 3 Punkten bewertet.

Abgegebene Blätter ohne Namen werden nicht bewertet.

Elektronische Geräte jeder Art und eigene Blätter sind nicht erlaubt

Das Prüfungsamt und die Prüfungsausschüsse werden über Täuschungsversuche informiert.