

# Bergische Universität Wuppertal Fachbereich Mathematik und Natur Wissenschaft Angewandte Mathematik-Stochastik Univ. Prof. Dr. Barbara Rüdiger-Mastandrea



Dr. Peng Jin

Übungen zu: Maß- und Integrationstheorie (SS 2012)

### Blatt 5

#### Aufgabe 1:

Sei  $\mu$  ein Lebesgue-Stieltjes-Maß auf  $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$  und F eine Verteilungsfunktion von  $\mu$ . Zeigen Sie:

(a)

$$\mu(\lbrace c\rbrace) = F(c) - F(c-)$$

(b)

$$\mu((a,b)) = F(b-) - F(a),$$

wobei  $F(x-) = \lim_{h\downarrow 0} F(x-h)$ .

## Aufgabe 2:

Sei  $\mu$  ein Lebesgue-Stieltjes-Maß auf  $(\mathbb{R}, \mathscr{B}(\mathbb{R}))$  mit stetigen Verteilungsfunktion F. Zeigen Sie, dass  $\mu(\mathbb{N}) = 0$ .

#### Aufgabe 3:

Sei  $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  eine Verteilungsfunktion gegeben durch

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1\\ 1+x, & -1 \le x < 0\\ 2+x^2, & 0 \le x < 2\\ 9, & x \ge 2 \end{cases}$$

Sei weiter  $\mu$  das entsprechende Lebesgue-Stieltjes Maß von F. Bitte berechnen Sie :

(a)

 $\mu(\{2\})$ 

(b)

 $\mu([-1/2,3))$ 

(c)

 $\mu([-1,0)\cup(1,2))$ 

(d)

 $\mu([0,1/2) \cup (1,2])$ 

(e)

 $\mu(\{x: |x| + 2x^2 > 1\})$