Übungen Elemente der Geometrie

SS 2012 — 2. Serie

1) Zeigen Sie:
a) Eine Gerade ist eine konvexe Figur.
b) Der Durchschnitt von zwei oder mehr konvexen Figuren ist konvex. Warum kann man das sogar sagen, wenn der Durchschnitt leer ist?
c) Definieren Sie offene und abgeschlossene Dreiecke durch Halbebenen und Strecken und zeigen Sie, dass beide Arten von Dreiecken konvex sind.

2) a) Geben Sie Beispiele für konvexe und nichtkonvexe Vierecke und Fünfecke an.
b) Beschreiben Sie die in a) angegebenen Vier- und Fünfecke durch Schnitt von Halbebenen und deren Vereinigung.
Unter welchen Bedingungen kommt man ohne Vereinigung aus?

3) Zeichnen Sie in der Zahlenebene $\mathbb{R}^2$ (etwa mit cartesischen Koordinaten) a) die Gerade $g:\ 3x - 4y + 2 = 0$,
b) die Halbgerade $p:\ 2x + y - 3 = 0$ mit $x > 1$,
c) die Strecke $s : x + 2y - 5 = 0$ mit $2 < y < 4$ (offene oder abgeschlossene Strecke?),
d) die Halbebene $H:\ 5x - 2y + 1 > 0$.

4) Betrachten Sie in der "Zahlenebene" $\mathbb{Q}^2$ die Mengen $\Sigma = \{(x, y)|y > 0\}$ und $\Sigma' = \{(x, y)|y < 0\}$. Im anschaulichen Sinne sind dies die "obere" und "untere" Halbebene (bezüglich der x-Achse). Sind Σ und Σ' auch *Halbebenen* im Sinne der Definition der Vorlesung?[1] Geben Sie eine Begründung.

---

[1] Definition in der Vorlesung: Zu Gerade g und Punkt $P \notin g$ sind die beiden Halbebenen definiert durch $\Sigma^+_{g,P} = \{Q \in \mathcal{E}|\overline{PQ} \cap g = \emptyset\}$ und $\Sigma^-_{g,P} = \{Q \in \mathcal{E}|\overline{PQ} \cap g \neq \emptyset\}$. (Hinweis auf Vollständigkeitsaxiom im Hintergrund.)