

# Einführung in die Optimierung

## 7. Handout

am 12. Januar 2006  
WS 2005/06

Prof. Dr. K. Klamroth  
S. Gaile

Lehrstuhl für Angewandte Mathematik II  
Universität Erlangen-Nürnberg

<http://www2.am.uni-erlangen.de/~klamroth/optimintro05-06.html>

## Algorithmus 3.64: Branch & Bound

(Input) (IP)  $\max\{\underline{c}\underline{x} : A\underline{x} \leq \underline{b}, \underline{x} \in \mathbb{Z}_+^n\}$ ,  $S := \{\underline{x} \in \mathbb{Z}_+^n : A\underline{x} \leq \underline{b}\}$ .

(0) **Initialisierung:**

Erzeuge eine Kandidatenliste  $\mathcal{L}$  von IPs

$$(IP^i) \quad \max\{\underline{c}\underline{x} : \underline{x} \in S^i\}$$

als  $\mathcal{L} = \{(IP)\}$ ,  $S^0 = S$ ,  $z^* = -\infty$ .

(1) **Auswahl eines Kandidaten:**

*Falls*  $\mathcal{L} = \emptyset$ , dann ist  $\underline{x}^* \in S$  mit  $\underline{c}\underline{x}^* = z^*$  eine optimale Lösung von (IP) (falls eine solche Lösung existiert), oder (IP) ist unzulässig.

*Sonst* wähle ein Problem  $(IP^i)$  aus  $\mathcal{L}$ .

(2) **Bounding:**

Bestimme eine (oder mehrere) obere Schranke  $w^i$  für Problem  $(IP^i)$ .

*Falls*  $w^i \leq z^*$ , gehe zu (5).

(3) **Zulässige Lösung:**

Falls möglich, bestimme eine (oder mehrere) zulässige Lösung  $\underline{x}^i$  von  $(IP^i)$ .

*Falls* für alle diese Lösungen  $\underline{x}^i$  gilt:  $\underline{c}\underline{x}^i \leq z^*$ , oder

*falls* keine Lösung generiert werden kann, gehe zu (4).

*Sonst* setze  $z^* = \underline{c}\underline{x}^i$  und  $\underline{x}^* = \underline{x}^i$ .

*Falls*  $z^* = \infty$  STOP, (IP) ist unbeschränkt.

*Falls*  $\underline{c}\underline{x}^i = w^i$  (d.h.,  $\underline{x}^i$  ist optimal für  $(IP^i)$ ), gehe zu (5).

(4) **Branching:**

Ersetze  $(IP^i)$  in  $\mathcal{L}$  durch ein oder mehrere weiter eingeschränkte Teilprobleme  $(IP^{i1}), (IP^{i2}), \dots, (IP^{ik})$  und gehe zu (1).

(5) **Pruning:**

Lösche Problem  $(IP^i)$  aus der Kandidatenliste  $\mathcal{L}$  und gehe zu (1).